SHL
WITHDRAWN

CONSEIL PERMANENT INTERNATIONAL
POUR L'EXPLORATION DE LA MER

PUBLICATIONS DE CIRCONSTANCE

N° 43

Communications du Laboratoire central à Christiania N° 7

V. WALFRID EKMAN

DIE ZUSAMMENDRUECKBARKEIT DES MEERWASSERS
NEBST EINIGEN WERTEN FUER WASSER UND QUECKSILBER

MIT 8 FIGUREN

EN COMMISSION CHEZ
ANDR. FRED. HØST & FILS
COPENHAGUE

NOVEMBRE 1908

CONSEIL PERMANENT INTERNATIONAL
POUR L'EXPLORATION DE LA MER

PUBLICATIONS DE CIRCONSTANCE

N° 43

Communications du Laboratoire central à Christiania N° 7

V. WALFRID EKMAN

DIE ZUSAMMENDRUECKBARKEIT DES MEERWASSERS
NEBST EINIGEN WERTEN FUER WASSER UND QUECKSILBER

MIT 8 FIGUREN

EN COMMISSION CHEZ
ANDR. FRED. HØST & FILS
COPENHAGUE

NOVEMBRE 1908

COPENHAGUE — IMPRIMERIE BIANCO LUNO

INHALT

Seite

Einleitung 5

I. Allgemeines über die Methode und die Berechnung der Messungen 6

II. Die Messungen zur See 10

III. Die Messungen im Laboratorium 20

Methode und Apparate 20

Volumenbestimmung der Piezometer 24

Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers 26

Messungen mit Meerwasser 27

Messungen mit destilliertem Wasser 32

IV. Berechnung der Resultate 33

Einfluss der Temperatur auf die Zusammendrückbarkeit von reinem Wasser 33

Über die angenommene absolute Zusammendrückbarkeit von Wasser und von Jenaer Normalglas. Vorschlag zu einer Methode für genaue Druckmessungen 34

Zusammendrückbarkeit des Meerwassers 40

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/ices-journal-of-marine-science_1908-11_43

Einleitung

Im Februar 1904 wurde das Central-Laboratorium vom Central-Ausschuss beauftragt, die Zusammendrückbarkeit des Meerwassers in ihrer Abhängigkeit von Temperatur und Salzgehalt zu untersuchen. Diese Arbeit wurde sodann dem Verfasser anvertraut.

Eine derartige Untersuchung ist vorher von TAIT[1]) vorgenommen worden. Man war aber der Ansicht, dass seine Bestimmungen in Bezug auf Genauigkeit und Vollständigkeit nicht den hohen Anforderungen der heutigen Ozeanographie entsprechen können.

Ursprünglich hielt ich es für wahrscheinlich, dass die von TAIT herrührende Kompressibilitäts-Formel im wesentlichen richtig war, und dass nur gewisse Konstanten in derselben eine Verifizierung oder Verbesserung nötig hatten. Zu diesem Zwecke würden eine kleine Zahl von Messungen ausgereicht haben, die durch Eintauchen der Piezometer im tiefen Meere ausgeführt werden konnten. In solcher Weise sind in der Tat Kompressibilitätsmessungen früher von AIMÉ und von BUCHANAN ausgeführt worden. Ich selber wurde durch ein von Herrn J. W. SANDSTRÖM an das Central-Laboratorium gerichtetes Schreiben zur Annahme der nämlichen Methode veranlasst. Nach einigen Vorversuchen in dem Kristianiafjord wurden die ersten eigentlichen Messungen im Juli 1905 in dem 1200 Meter tiefen Sognefjord gemacht (Temperatur etwa 6^0,6). Die hauptsächliche Arbeit wurde jedoch im Mittelmeer und im Atlantischen Meere ausserhalb der portugiesischen Küste ausgeführt. Für die Messungen im Mittelmeer und im Atlantischen Meere stellte S. H. der Fürst von Monaco freigebig sein Forschungsschiff „Princesse Alice" im Mai 1906 zur Verfügung. Ohne diese wertvolle Unterstützung wäre die Arbeit kaum möglich gewesen, und ich bin beauftragt, bei dieser Gelegenheit der Dankbarkeit des Central-Laboratoriums Ausdruck zu geben.

Bei der Bearbeitung des gewonnenen Beobachtungsmateriales zeigte es sich sogleich, dass die TAIT'sche Formel zu ungenau war, um mit Hülfe der wenigen Data genügend verbessert werden zu können. Es wurde daher beschlossen, eine neue Messungsreihe vorzunehmen, diesmal im Laboratorium und nach einer Methode, die besonders die

[1]) Challenger Reports: Physics and Chemistry Vol. II. 1889.

Unterschiede in der Zusammendrückbarkeit von Wasser verschiedener Temperaturen u. s. w. mit grösstmöglicher Genauigkeit zu geben vermag. Die nötigen Apparate wurden sogleich bestellt und so früh geliefert, dass Vorversuche im Sommer 1907 angestellt werden konnten. Die experimentelle Arbeit wurde bis April 1908 fortgesetzt. Diese letztere Messungsreihe gab viel genauere Resultate, als die zur See ausgeführten Bestimmungen, und ist daher im allgemeinen bei der Berechnung der endgültigen Formel allein benutzt.

I. Allgemeines über die Methode und die Berechnung der Messungen

Die grösste Schwierigkeit bei genauen Zusammendrückbarkeitsmessungen bildet — vielleicht neben der Bestimmung der Zusammendrückbarkeit des Piezometers — die Druckmessung. Bei der vorliegenden Aufgabe kam es aber weniger auf die absolute Zusammendrückbarkeit des Wassers als vielmehr auf die Veränderung derselben mit wechselnder Temperatur und Salzgehalt an. Dabei wird die Zusammendrückbarkeit des Piezometers aus dem Resultate eliminiert, insofern sie von der Temperatur unabhängig ist. Auch die mit der Druckmessung verbundene Fehlerquelle kann vermieden oder erheblich vermindert werden, falls die verschiedenen Wasserproben in zwei oder mehreren Piezometern gleichzeitig demselben Druck unterworfen werden. Diesem Prinzipe gemäss wurden immer vier oder drei Piezometer gleichzeitig benutzt, und zwar war das eine mit destilliertem Wasser und die übrigen mit Meerwasser verschiedener Salzgehalte gefüllt. Die Volumverminderung des destillierten Wassers wurde als Mass des Druckes benutzt. Als Einheit des Druckes wird 10^6 C . G . S . Einheiten (ungefähr = 0.987 Atm.) gewählt. Der Vorteil dieser Einheit gegenüber der ziemlich willkürlichen Einheit „Atmosphäre“ ist von verschiedenen Seiten hervorgehoben worden. Richards hat für dieselbe den Namen Megabar, V. Bjerknes wieder den Namen Bar vorgeschlagen. Es soll hier der letztere dieser beiden Namen benutzt werden, der jedenfalls den Vorteil der Kürze besitzt.

Der Druck in Bar gerechnet und mit Abzug des Atmosphärendruckes soll mit p bezeichnet werden, und p soll im allgemeinen kurzhin der Druck genannt werden. Der Druck null ist also als mit dem Atmosphärendruck gleichbedeutend zu verstehen.

Das Piezometer — sowohl in der für die Messungen zur See als in der im Laboratorium benutzten Form — besteht wesentlich aus zwei Gefässen A und B, durch eine kleine Öffnung e mit einander verbunden

(Fig. 1). A enthält die Wasserprobe nebst einer kleinen Menge von Quecksilber. B, das ausser mit A auch mit dem umgebenden Medium kommuniziert, wird mit Quecksilber gefüllt. Die scheinbare Volumverminderung des Wassers in A wird durch Wägung der von B in A eingepressten Quecksilbermenge bestimmt. Es seien:

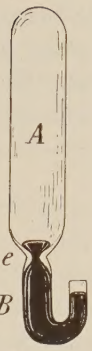

Fig. 1.

v_0 das Volumen des Gefässes A bei Atmosphärendruck,
h_0 das spezifische Volumen des Quecksilbers bei Atm.-druck,
w_0 - — — - Wassers - —
und v_p, h_p und w_p seien die entsprechenden Grössen bei dem Drucke von p Bar.

Dann sind

$$\nu = \frac{1}{p}\left(1 - \frac{v_p}{v_0}\right);\ \eta = \frac{1}{p}\left(1 - \frac{h_p}{h_0}\right);\ \mu = \frac{1}{p}\left(1 - \frac{w_p}{w_0}\right) \qquad (1)$$

die mittlere Zusammendrückbarkeit zwischen 0 und p Bar von bzw. dem Piezometer, dem Quecksilber und dem Wasser. Es ist $1 - p\nu = v_p/v_0$ u. s. w. Die mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit η' des Quecksilbers und μ' des Wassers sind durch die Gleichungen:

$$1 - p\eta' = \frac{1 - p\eta}{1 - p\nu};\ 1 - p\mu' = \frac{1 - p\mu}{1 - p\nu} \qquad (2)$$

gegeben. Die Grössen $p\eta'$ und $p\mu'$ nennen wir kurzhin die scheinbare Kompression des Quecksilbers bzw. des Wassers. Näher bestimmt sind sie — indem das Piezometer als ein Messzylinder eingerichtet gedacht wird — die scheinbare Volumenverminderung einer Flüssigkeitsmenge, die unter Atmosphärendruck gemessen die Volumeneinheit des Zylinders aufnimmt.

Gl. (2) kann auch für Wasser in der Form:

$$p\mu = p\nu + p\mu'(1 - p\nu) \qquad (2,a)$$
$$\text{oder} \quad \mu = \nu + \mu'(1 - p\nu) \qquad (2,b)$$

geschrieben werden und ähnlich für das Quecksilber. Gl. (2,b) drückt die genaue Beziehung zwischen wirklicher und scheinbarer Zusammendrückbarkeit aus. Falls das Produkt aus $p\mu'$ und $p\nu$ vernachlässigt werden kann (also bei niedrigen Drucken oder bei geringen Anforderungen an Genauigkeit), geht sie in die gewöhnlich benutzte Form $\mu = \mu' + \nu$ über, d. h: Scheinbare Zusammendrückbarkeit des Wassers ist gleich dem Unterschiede in Zusammendrückbarkeit zwischen Wasser und Piezometer.

Das Piezometer mag bei Atmosphärendruck $V\,\text{cm}^3 = \frac{V}{w_0}$ Gramm Wasser und H_0 Gramm Quecksilber enthalten. Bei dem Drucke von

p Bar enthält es dieselbe Wassermenge, aber eine grössere Quecksilbermenge $H_0 + H$ Gramm. Man findet dann für die scheinbare Kompression M' des Wassers und für seine mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit die Ausdrücke:

$$M' = \mu' p = \frac{h_0}{V}[H - \eta' p(H_0 + H)] \qquad (3,a)$$

$$\mu' = \frac{h_0}{pV}[H - \eta' p(H_0 + H)]. \qquad (3,b)$$

Falls $V = 0$, d. h. falls das Piezometer nur Quecksilber enthält, so findet man die mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit dieser Flüssigkeit aus der Gleichung:

$$\eta' = \frac{H}{p(H_0 + H)}. \qquad (4)$$

Die Grösse η' wurde aus dazu geeigneten Versuchen mittelst Gl. (4) berechnet.

In den Ausdruck für μ geht ferner infolge Gl. (2,b) die Zusammendrückbarkeit ν des Piezometers ein. Diese Grösse wurde nicht bei dieser Gelegenheit bestimmt. Die Piezometer waren alle aus Jenaer-Thermometerglas 16^{III} hergestellt und künstlich alt gemacht. Für solches Glas ist der Wert 1/453000 pro kgr/cm² oder pro „Bar“ $\nu = 0{,}0_5225$ berechnet worden[1]); dieser Wert ist im folgenden benutzt worden und zwar für alle Temperaturen.

Da in Wirklichkeit ν mit der Temperatur veränderlich ist, so sind zwar die berechneten Werte der Zusammendrückbarkeit des Wassers mit einem entsprechenden Fehler behaftet; dieser Fehler wird aber sicher zu klein, um bei der Berechnung der Meeresbewegungen von irgend einer Bedeutung zu sein. Eine direkte Bestimmung von ν in seiner Veränderlichkeit mit der Temperatur ist, soweit mir bekannt, wohl nicht ausgeführt worden. Winkelmann hat aber den Dehnungsmodul E des Glases 16^{III} in seiner Abhängigkeit von der Temperatur untersucht[2]). Er findet, dass E bei 100°, 200°, 300° und 400° um bzw. 0,50, 1,91, 4,17 und 6,82 % kleiner ist als bei 20°. Durch Extrapolation ergibt sich, dass zwischen 0° und 20° E sich um weniger als 1‰ ändert. Falls die Zusammendrückbarkeit sich in demselben Verhältnis wie E ändert, so würde dies einer Änderung von ν um $0{,}0_9 1$ pro Grad entsprechen. Selbst in 10000 m. Tiefe würde also der betreffende Fehler für 1° Temperaturunterschied nicht eine Einheit in der siebenten Dezimalstelle des spezifischen Volumens übersteigen. Das Wahrscheinliche ist, dass ν verhältnismässig weniger als E von der

[1]) R. Straubel Wied. Ann. 68 p. 369 (1899).
[2]) A. Winkelmann Wied. Ann. 61 (1897) p. 105.

Temperatur abhängig, und dass also der Fehler noch geringer ist als oben berechnet. Selbst ein zehn Mal grösserer Fehler würde kaum von Bedeutung sein. Unter solchen Verhältnissen hielt ich es nicht für angemessen, eine Bestimmung der Veränderlichkeit von ν mit der Temperatur vorzunehmen, um so weniger als ein guter Erfolg nicht mit Sicherheit zu erwarten war.

Wie schon erwähnt wurde, sollte ein mit destilliertem Wasser gefülltes Piezometer als Druckmesser dienen, wobei die Zusammendrückbarkeit des destillierten Wassers als bekannt angenommen wurde. Ich dachte zuerst für diesen Zweck die von Amagat gefundenen Werte[1]) zu benutzen, da diese unter allen absoluten Kompressibilitätsmessungen die zuverlässigsten sind. Die Veränderung der Zusammendrückbarkeit mit wechselnder Temperatur liess sich aber im Centrallaboratorium verhältnismässig sehr genau bestimmen, und wir sind daher nur für die auf 0^0 bezüglichen Werte auf Amagat angewiesen. Die Messungen dieses Forschers scheinen in der Tat bei 0^0 genauer zu sein als bei anderen Temperaturen.

Die in den Tabellen von Amagat (l. c. p. 544) angegebenen Drucke sind in Atmosphären gerechnet. Um unserer Einheit zu entsprechen, müssen sie um 1 vermindert und dann mit 1,0132 multipliziert werden. Die mit den so gefundenen Zahlen dividierten spezifischen Volumverminderungen geben die wirkliche mittlere Zusammendrückbarkeit μ an. Es wurden aus Amagat's Tabelle 62 (Methode des regards) die Werte von μ für 0^0 und für 150, 200, 250 u. s. w. bis 900 Atm. berechnet. Aus diesen Werten wurde dann nach Gl. (2a und 2b) die scheinbare Zusammendrückbarkeit μ' in Jenaer Normalglas 16^{III} und die scheinbare Kompression $M' = p\mu'$ berechnet, indem für ν der Wert $0{,}0_5225$ eingesetzt wurde. Endlich wurde aus diesen Werten μ' als Funktion von M' gesucht mit dem folgenden Resultate:

$$\mu' = 0{,}0_4 4886 - 0{,}0_3 181\, M'. \qquad (5)$$

Der mittlere Unterschied zwischen den einzelnen beobachteten Werten von μ' und den entsprechenden aus Gl. (5) berechneten ist $0{,}0_7 2$ oder $0{,}0_7 3$. Aus Amagat's Tabelle 63 (Methode des contacts) bekommt man für Drucke bis 1000 Atm. Werte von μ', die sich durch Gl. (5) ausdrücken lassen, obwohl hier die Übereinstimmung zwischen den einzelnen Werten keine so gute ist. Für Drucke oberhalb 1000 Atm. sind dagegen die beobachteten Werte von μ' im Mittel $0{,}0_6 2$ grösser als nach Gl. (5). Diese Unübereinstimmung hängt vielleicht damit zusammen, dass Amagat für Drucke oberhalb 1000 Atm. andere Kolben in seinem „Manomètre a pistons libres" benutzte als für Drucke bis 1000 Atm. Im folgenden soll die Formel Gl. (5) als die wahrscheinlichste benutzt werden. Es folgt aus derselben

[1]) Amagat. Annales de chemie et de physique 6 sér. 29 p. 543 (1893).

$$\frac{0{,}0_4 4886}{1 + 0{,}0_3 181 p} = \mu' = \frac{M'}{p}. \qquad (5,a)$$

und ferner

$$p = \frac{M'}{0{,}0_4 4886 - 0{,}0_3 181 M'} \qquad (6)$$

Wir werden in einem folgenden Abschnitt auf die Frage von der Zuverlässigkeit des Wertes $\nu = 0{,}0_5 225$ und der Gleichung (5a) zurückkommen.

Die unmittelbaren Ergebnisse der unten beschriebenen Messungen sind die scheinbare Kompression M' des untersuchten Wassers und die gleichzeitige scheinbare Kompression M'_0 von destilliertem Wasser bei genau demselben Drucke. Der Druck ist $p = M'_0/\mu'_0$, wo μ'_0 die scheinbare mittlere Zusammendrückbarkeit des destillierten Wassers bedeutet. Die wirkliche mittlere Zusammendrückbarkeit μ des untersuchten Wassers ist mithin:

$$\mu = \nu + \frac{M'\mu'_0}{M'_0} - \nu M'.$$

Das letzte Glied auf der rechten Seite ist sehr klein und kann immer mit völlig hinreichender Genauigkeit berechnet werden. Falls der benutzte Wert von μ'_0 richtig ist, wird daher ein Fehler in ν nur einen Fehler in μ mit sich bringen, der bei jedem bestimmten Druck für alle untersuchten Flüssigkeiten konstant ist. (Dabei wird vorausgesetzt, dass ν von der Temperatur unabhängig ist; und dass dies zulässig ist, ist oben nachgewiesen worden). Falls dagegen der angenommene Wert von μ'_0 unrichtig ist, so werden (bei einem bestimmten Drucke) alle Unterschiede in μ zwischen Wasser von verschiedenen Salzgehalten und Temperaturen mit demselben prozentischen Fehler behaftet sein.

II. Die Messungen zur See

Bei diesen Messungen wurden gleichzeitig vier Piezometer von der in Fig. 2 veranschaulichten Form benutzt. Das Gefäss A (vergl. p. 7) ist doppelt gebogen und endet in zwei Schenkeln A' und A''. Es ist durch eine Öffnung c von etwa 0,7 mm Durchmesser mit dem Gefäss B verbunden, und das letztere kommuniziert wieder durch ein mehrfach gebogenes Kugelrohr $K_1\ K_2\ K_3$ mit dem umgebenden Medium. Ein Hahn H dient zum Füllen und Entleeren. A ist anfänglich bei einer Temperatur t_0 mit der Wasserprobe, B und $K_1\ K_2$ mit Quecksilber vollständig gefüllt (Hahn nach oben gerichtet). Das Piezometer wird nun bei einer niedrigeren Temperatur t_1 eine ganze

Drehung in Richtung nach links umgekippt, wodurch das bei der Abkühlung in A hineingesaugte Quecksilber in den Schenkel A' übergeführt wird. Dann wird das Piezometer ins Meer gesenkt und in Richtung nach rechts umgekippt, diesmal etwas mehr als eine halbe Umdrehung (Fig. 3). Das früher in A' enthaltene Quecksilber fällt dabei bis zu H herunter. Das Quecksilber, das nach der ersten Umkippung in A hineingedrückt worden ist, fällt dagegen in A'' hinein. Diese Quecksilbermenge wird nach Heraufholen des Instrumentes aufgesammelt und gewogen. Um alles sichtbar zu machen, ist in Fig. 2 das Kugelrohr

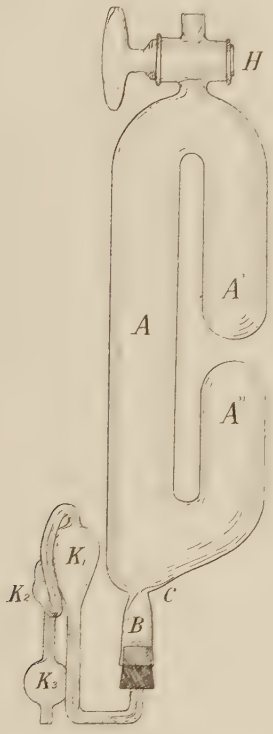

Fig. 2.

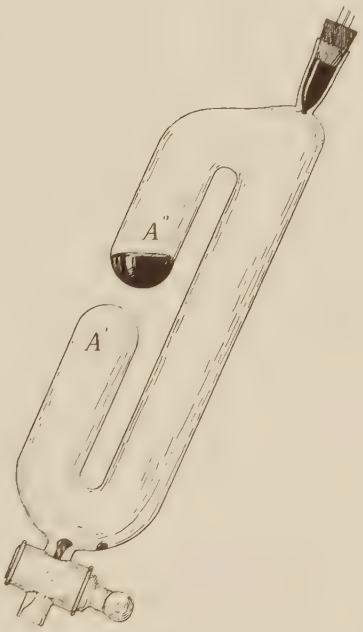

Fig. 3.

um einen rechten Winkel von seiner richtigen Stellung weggedreht. Die Kugeln K_1 und K_2 und die Öffnung c sollen in Wirklichkeit auf einer zum Papier senkrechten Linie sich befinden. Es wird dafür gesorgt, dass die Grenze zwischen dem Quecksilber und dem umgebenden Wasser bei der ersten Umkippung in K_2 und bei der zweiten Umkippung in K_1 liegt. Der durch Unterschiede zwischen innerem und äusserem Druck entstehende Fehler soll in dieser Weise möglichst gering gemacht werden. Die Kugel K_3 hat nur den Zweck, beim Heraufholen der Instrumente das wegen der Expansion des Wassers herausgedrückte Quecksilber aufzunehmen, damit es nicht verloren geht.

Die Volumina *A* wurden im Laboratorium bestimmt durch Wägung der Piezometer zuerst leer und dann mit destilliertem Wasser gefüllt. Der Luftauftrieb wurde in Rechnung gezogen. Bei der lezteren Wägung war auch die Bohrung des Hahnes *H* mit Wasser gefüllt; das Volumen der Hahnbohrung wurde daher durch Wägung mit Quecksilber bestimmt und abgezogen. In der untenstehenden Tabelle sind die Volumina derjenigen Piezometer zusammengestellt, die benutzt worden sind. Die Volumina beziehen sich auf die Temperatur 0.

Tab. 1.

Piez. No	Volumen bei 0°	Piez. No	Volumen bei 0°
5	144,194	4	156,683
7	142,488	10	151,594
9	142,905	11	156,330
12	142,154	13	146,775

Da die Piezometer nach jeder einzelnen Messung von neuem gefüllt werden mussten, so waren ziemlich grosse Wasserproben notwendig. Diese wurden aus aufbewahrten Rückständen der Wasserproben von den norwegischen Terminfahrten zubereitet. Nachdem das Wasser passend konzentriert oder verdünnt war, wurde es in einen alten, den Hals nach unten, aufgehängten Säureballon eingesaugt. Die Luft wurde herausgesaugt und der Ballon kräftig geschüttelt, bis unter einem bestimmten Luftdruck der stationäre Gleichgewichtzustand erreicht war. Das Wasser wurde dann auf grüne Flaschen von 200 cm^3 Inhalt gefüllt und aufbewahrt. Diese Flaschen waren vorher während längerer Zeit mit heissem Wasser behandelt, um auflösbare Teile des Glases zu entfernen. Es wurden teils luftfreie Wasserproben hergestellt, nämlich destilliertes Wasser und Seewasser von etwa 7 ‰, 13 ‰ und 19 ‰ Chlorgehalt[1]). Diese Proben wurden bei etwa 40° C auf Flaschen mit gewöhnlichen Patent-Gummiverschlüssen gefüllt, und zwar bis zum Rande voll, so dass keine Luft miteingelassen wurde.

Ferner wurden verschiedene lufthaltige Meerwasserproben von etwa 19 ‰ Chlorgehalt zubereitet. Diese Proben wurden in ähnlichen Flaschen wie den oben erwähnten aufbewahrt, jedoch mit von Dr. Fox erfundenen elastischen Verschlüssen (siehe: Publ. de Circ. 21, p 21—22).

Der Gang der Arbeit, wie sie bei den Messungen im Mittelmeer und im Atlantischen Meer ausgeführt wurde, wird nachstehend näher beschrieben.

[1]) Die Luftfreiheit wurde in diesen Proben ein wenig zu weit getrieben, denn nach Beginn der Arbeit auf See wurden Spuren von ausgefällten Karbonaten in den Flaschen entdeckt.

Die Wasserprobe wurde, unter geeigneter Neigung des Piezometers, durch den Hahn H hineingedrückt, bis sowohl A wie B ganz gefüllt waren. Das Piezometer wurde dann mit geschlossenem Hahne und mit Gefäss B nach oben gerichtet in ein Wasserbad von der Temperatur t_0 (ungefähr Lufttemperatur) eingetaucht. Nach etwa einer Viertelstunde wurde das Gefäss B vom Wasser entleert, mit Filterpapier getrocknet und sorgfältig mit Quecksilber gefüllt, so dass keine Luftblase am Boden oder an den Wänden hängen blieb. Ein sorgfältig ausgewählter Gummistöpsel mit sehr ebener Bohrung wurde in B hineingedrückt, und das im Voraus mit Quecksilber gefüllte Kugelrohr K in den Stöpsel hineingesetzt, worauf das Piezometer sofort mit dem Hahn nach oben gedreht wurde. Wenn vier Piezometer in dieser Weise in Ordnung gebracht waren, wurden sie alle nebst zwei Richter'schen Umkippthermometern (Thermometerkugel nach oben gerichtet) in einen Kupferkasten gestellt. Ein Fass, dessen Einrichtung hier nicht beschrieben werden soll, enthielt Wasser von einer Temperatur t_1 niedriger als t_0. Nachdem die Piezometer beinahe bis auf t_1 abgekühlt waren, wurde der Kasten mit Wasser aus dem Fass gefüllt, und dann verschlossen und in das Fass gestellt. Während der nächsten drei Viertelstunden wurde das Wasser in dem Kasten umgerührt und die Temperatur in dem Fass genau konstant gehalten. Die Temperatur der Piezometer wird somit langsam sinken und niemals steigen. Dies ist von Bedeutung; denn infolge der Bewegungen des Schiffes wird das in A hineingesaugte Quecksilber nicht immer über der Öffnung c still liegen, und bei einer nachträglichen Temperatursteigerung würde daher leicht Wasser anstatt Quecksilber nach B zurückgedrückt werden. Nach der erwähnten Zeit wurde der Kasten aus dem Fass herausgehoben, in geeigneter Richtung eine halbe Umdrehung umgekippt und dann 20 Sekunden lang wieder in dem Fass gehalten, damit das Quecksilber in den Umkippthermometern herunterfliessen konnte. Darauf wurde der Kasten wieder heraufgenommen und die Umdrehung desselben vollendet. Die Umkippthermometer wurden aus dem Kasten genommen und abgelesen (Temperatur t_1) und dann wieder nebst den 4 Piezometern auf einen mit 40 Kilo Bleilot beschwerten Umkippapparat befestigt, und ins Meer gesenkt. Den Piezometern wurde 45 Minuten Zeit gegeben, um in der gewünschten Tiefe die Temperatur des Wassers anzunehmen, ehe der Umkippapparat durch ein (mit Fallschirm versehenes und daher langsam fallendes) Laufgewicht in Wirkung gesetzt wurde. Um Zeit zu sparen, war dieses Laufgewicht nur 100 m oberhalb des Apparates aufgehängt, und wurde selbst durch ein gewöhnliches, schnell fallendes Laufgewicht frei gemacht. Auch das Umkippen der Piezometer geschah langsam und leise infolge des Widerstandes einer am Apparate angebrachten Scheibe. Wenn der Apparat auf Deck gekommen war, wurden die Umkippthermometer in ein Wasserbad gestellt.

Dann wurde aus jedem Piezometer zuerst das in B und bei H befindliche Quecksilber sorgfältig herausgenommen und danach das in A'' liegende Quecksilber aufgesammelt und in nummerierten Röhren aufbewahrt, um an Land gewogen zu werden. Zum Schluss wurden die Umkippthermometer (natürlich nebst den zugehörigen Fadenthermometern) abgelesen. Die benutzten, in Zehntelgrad geteilten Umkippthermometer waren durch Kalibrierung von 4 zu 4 Grad und durch Bestimmung zweier Fixpunkte geprüft. Der Luftraum innerhalb des Schutzrohres war zu 0,2 Atm. verdünnt, um jeden Einfluss des Wasserdrucks zu vermeiden (Vergl. Publ. de Circ. No. 23 p. 26).

Es waren 8 Piezometer in Gebrauch. Während 4 Piezometer im Wasserbad oder im Meere sich befanden, wurden die 4 anderen von neuem gefüllt und ins Wasserbad gestellt.

Die Tiefen wurden durch das zur Le Blanc'schen Lotmaschine gehörige Messrad angegeben (die Leine ist über einen kleinen Teil des Umkreises des Rades gelegt und schleppt es durch Reibung mit). Die Angaben waren immer grösser beim Heraufholen als beim Hinunterlassen der Instrumente, und der Unterschied betrug etwa 2 m bei 1500 m Tiefe, 4 m bei 2600 m, und 10 m bei 4500 m Tiefe. Die Ursache liegt offenbar in der Elastizität der Leine. Die vom Dynamometer angegebene Spannung der Leine war nämlich (infolge der Reibung im Wasser) viel grösser beim Heraufholen als beim Hinunterlassen, und die Länge der Leine muss also im ersteren Falle grösser gewesen sein. Wenn die Leine ruhig im Wasser hing, zeigte das Dynamometer eine mittlere Spannung. Es wurde daher immer der Mittelwert zwischen den beiden Angaben des Messrades bei der Berechnung der Tiefe benutzt.

Der Umfang des Messrades wurde dreimal mittelst eines Messingdrahtes von 0,3 mm Durchmesser gemessen, wobei die Werte 99,47, 99,56, 99,47 cm oder im Mittel 99,50 gefunden wurden. Die Lotleine war zum Teil 2 mm, zum Teil 3 mm im Durchmesser, also bzw. 1,7 und 2,7 mm dicker als der Messingdraht. Indem der „effective" Radius des Messrades bis zur Mitte der Leine gerechnet wird, findet man daher einen „effectiven" Umkreis von 1,000 m oder 1,003 m, je nachdem die dünnere oder die dickere Leine über das Rad läuft. Die Angaben des Messrades wurden diesen Ergebnissen gemäss verbessert. Ausserdem wurde der Winkel a, den die Lotleine in der Meeresoberfläche mit der Vertikalen bildete, in dem Augenblicke gemessen, wenn nach Berechnung das Laufgewicht den Umkippapparat treffen sollte.

In Bezug auf Temperatur und Dichte wurden die folgenden Werte gefunden und bei der Berechnung des Druckes im Meere benutzt:

1) Im Mittelmeer. Oberfläche: $t = 15°,6$, $\sigma_0 = 30,5$; 1130 m Tiefe: $t = 12°,9$; 1500 m: $t = 12°,9$, $\sigma_0 = 30,9$; 2600 m: $t = 13°,1$.

2) Im Atlantischen Meere. Oberfläche: $t = 18°,4$, $\sigma_0 = 29,1$;

2600 m: $t = 3^0,1$; 3000 m: $t = 2^0,6$, $\sigma_0 = 28,1$; 4000 m: $t = 2^0,5$; 4500 m: $t = 2^0,5$.

Auf die Temperaturen und σ_0 in zwischenliegenden Tiefen wurde von zugänglichen auf angrenzende Meeresteile bezüglichen Angaben[1]) geschlossen.

Die Schwere wächst ein wenig mit der Tiefe, weil die Dichte des Wassers viel kleiner als die mittlere Dichte der Erde ist. Es ist in 45° Breite $g = 980,6$ an der Meeresoberfläche und $g = 981,0$ in 2000 m Tiefe. Für unsere Zwecke genügt es in allen Tiefen $g = 981$ anzunehmen. Unter Benutzung der obigen Data und des in einem folgenden Abschnitte gegebenen Ausdruckes für die Zusammendrückbarkeit des Meerwassers, wurden die untenstehenden Werte für den Druck in verschiedenen Tiefen gefunden:

Tab. 2

Tiefe	Wasserdruck in Bar	
	Mittelmeer	Atlantisches Meer
1100 m	111,3 Bar	—
1500 -	151,9 -	—
2600 -	263,9 -	263,5 Bar
4000 -	—	406,8 -
4500 -	—	458,2 -

In Tab. 3 sind die primären Beobachtungsergebnisse zusammengestellt, die im Mittelmeer und im Atlantischen Meere gefunden wurden. Die erste Kolonne gibt Datum und geographische Breite und Länge an, wo die Messung vorgenommen wurde. Die zweite und dritte geben die Nummern der benutzten Piezometer und der Wasserproben, mit denen sie gefüllt waren. Die Proben 0, 1, 2, 3 sind luftfreie Proben aus destilliertem Wasser und aus Seewasser von bzw. 6,66, 13,08, und 19,39 ‰ Chlorgehalt. Mit 3 L ist eine Seewasserprobe von 19,39 ‰ Chlorgehalt bezeichnet, die bei etwa 2/3 Atm. mit Luft gesättigt war.

Die vierte Kolonne gibt das Gewicht (im leeren Raum) der gewogenen Quecksilbermenge H an, die fünfte die Temperaturen t_0 und t_1 des ersten und zweiten Wasserbades und, mit fettem Druck, die Temperatur im Meere (alle nach der Wasserstoffskala).

In der sechsten Kolonne gibt die erste Zahl jeder Gruppe die Länge (in Meter) der ausgelaufenen Leine an, wie sie in der oben beschriebenen Weise berechnet wurde. Diese Zahl sei mit M bezeichnet. Die zweite Zahl (m) erhält man, wenn M mit dem Cosinus des

[1]) G. Schott. Ergebnisse der Valdivia-Expedition, B. I. Atlas.
Allemandet Bull. du Musée océanographique, Monaco No. 43, 1905.

Neigungswinkels α der Lotleine (in der Meeresoberfläche) multipliziert wird. M ist also sicher ein Maximalwert und m wahrscheinlich ein Minimalwert für die Tiefe, in welcher die Piezometer im Meere umgekippt wurden; denn der Winkel zwischen der Lotleine und der Vertikalen nimmt wahrscheinlich nach unten zu ab. Als der wahrscheinlichste Wert wird $(2M + m)/3$ angenommen, und der Druck in Bar in dieser Tiefe wird mit Hülfe von Tab. 2 berechnet und durch die dritten Zahlen jeder Gruppe (mit fetten Typen) angegeben.

Die siebente Kolonne enthält die scheinbare Kompression des Wassers. Diese wird wie in dem untenstehenden Beispiele (21. Mai, Mittelmeer, 1501 m. Tiefe) aus den oben erwähnten Data berechnet.

Piezometer 12 war bei 17°,0 mit destilliertem Wasser gefüllt. Infolge Tab. 1 und der Formel für die thermische Volumausdehnung des Glases 16^{III}:

$$\frac{w_t}{w_0} = 1 + 0{,}0_4 2317\, t + 0{,}0_7 105\, t^2 \qquad (7)$$

enthielt es bei dieser Temperatur $142{,}154 \times 1{,}000397 = 142{,}210$ cm³ Wasser. Mit Hülfe der Tabellen von K. Scheel[1]) über die Ausdehnung des Wassers findet man daher für das Volumen V des Wassers bei der Temperatur $t = 12°{,}90$ und Atmosphärendruck: $V = 142{,}123$.

In ähnlicher Weise werden die Volumina V des Wassers 1, 2, 3 in Piez. 5, 7, 9 berechnet, indem man statt der Tabellen von K. Scheel die σ_t-Tabelle in M. Knudsen's Hydrographische Tabellen benutzt. Man findet bzw. 144,149, 142,431 und 142,837.

Wenn die Piezometer bei unverändertem Druck eine Temperaturerniedrigung von t_0 (= 17°,0) bis t_1 (= 13°,335) und von t_1 bis t (t = 12°90) erleiden, so werden Quecksilbermengen eingesaugt, deren Volumina mit denselben Hülfsmitteln berechnet werden können. Man findet bei der ersteren Temperaturveränderung die Volumina 0,067, 0,080, 0,090, 0,100 cm³, also bzw. 0,91, 1,08, 1,22, 1,36 Gramm (diese vier Zahlen seien mit H'_0 bezeichnet) und bei der zweiten 0,0066, 0,0082, 0,0096, 0,0110 cm³ oder 0,090, 0,112, 0,130, 0,150 Gramm (H''_0).

Die aufgesammelte und gewogene Quecksilbermenge Q ist gleich $H + H''_0$, wo H die durch Druck eingepresste Menge bedeutet. In Gl. (3a) ist daher $Q - H''_0$ für H, und $H'_0 + H''_0$ für H_0 zu setzen. Die Werte von V sind oben zusammengestellt. Den Wert von η' endlich finden wir aus der Gleichung $\eta' = 10^{-8}(164 - 0{,}01p + 0{,}44t)$, die im nächsten Abschnitt begründet werden soll. t bedeutet hier die Temperatur und p den Druck in Bar, und es ist also im vorliegenden Falle $\eta' = 0{,}0_5 168$.

In dieser Weise bekommen wir aus Gl. (3a) die Werte der schein-

[1]) Karl Scheel: Zeitschrift für Instrumentenkunde 17, p. 140 (1897). Auch Landolt und Börnsteins Tabellen, dritte Auflage.

baren Kompression $\mu' p$, die in der siebenten Kolonne von Tab. 3 aufgenommen sind, nämlich 0,006667, 0,006483, 0,006323, 0,006150.

Die weitere Bearbeitung dieser Werte wird in einem folgenden Abschnitte folgen.

Tab. 3

Zeit und Ort	Piezometer	Wasserprobe	Eingepresstes Quecksilber	t_0 t_1 t	Tiefe und Druck	$100\,\mu' p$	$10^8 \mu'_0$ $10^8(\mu'_0 - \mu'_{1,2,3})$
21. Mai	12	0	12,9453	17°,0	1501	0,6667	**4386** (97)
40°10′ N	5	1	12,7913	13°,335	1501	0,6483	121
4°27′ E	7	2	12,3488	**12°,90**	**152,0**	0,6323	226
	9	3	12,0683			0,6150	340
22. Mai	9	0	13,2878	19°,1	1501	0,6662	**4383** (97)
40°32′ N	12	1	12,9188	14°,63	1500	0,6465	130
4°43′ E	5	2	12,8457	**12°,90**	**152,0**	0,6295	241
	7	3	12,4393			0,6136	346
23. Mai	7	0	13,3930	18°,4	1501	0,6657	**4380** (97)
40°21′ N	9	1	13,1757	15°,255	1500	0,6468	124
4°31′ E	12	2	12,8661	**12°,90**	**152,0**	0,6291	241
	5	3	12,8271			0,6132	345
23. Mai	9	0	13,5633	17°,5	1501	0,6681	**4395** (97)
40°,30′ N	12	1	13,2531	15°,58	1500	0,6493	124
4°42′ E	5	2	13,2128	**12°,90**	**152,0**	0,6316	240
	7	3	12,8462			0,6156	345
26. Mai	5	0	12,9318	18°,0	1501	0,6559	**4318** (97)
37°04′ N	7	1	12,4463	13°,41	1497	0,6374	122
0°,58′ W	9	2	12,1635	**12°,90**	**151,9**	0,6198	238
	12	3	11,8042			0,6036	344
24. Mai	12	0	10,1207	17°,2	1129	0,5039	**4412** (25)
40°10′ N	5	1	10,0935	14°,735	1127	0,4906	116
4°20′ E	7	2	9,8035	**12°,88**	**114,2**	0,4774	232
	9	3	9,6460			0,4644	346
23. Mai	11	0	24,5963	17°,0	2603	1,1344	**4302** (23)
40°21′ N	13	1	22,6052	15°,252	2588	1,1049	112
4°31′ E	4	2	23,5832	**13°,105**	**263,7**	1,0744	228
	10	3	22,3248			1,0464	334
23. Mai	10	0	24,0527	17°,5	2603	1,1394	**4314** (23)
40°30′ N	11	1	24,2537	15°,622	2600	1,1076	120
4°42 E	13	2	22,3293	**13°,105**	**264,1**	1,0799	225
	4	3	23,3314			1,0513	334
23. Mai	4	0	24,7437	17°,0	2601	1,1388	**4315** (23)
40°30′ N	10	1	23,3894	15°,252	2598	1,1069	121
4°42′ E	11	2	23,5877	**13°,105**	**263,9**	1,0772	233
	13	3	21,7530			1,0533	324

Zeit und Ort	Piezometer	Wasserprobe	Eingepresstes Quecksilber	t_0 t_1 t	Tiefe und Druck	$100\mu' p$	$10^8\mu'_0$ $10^8(\mu'_0-\mu'_{1,2,3})$
25. Mai	13	0	23,1497	17°,6	2605	1,1402	**4312** (23)
37°31′ N	4	1	24,0844	15°,022	2605	1,1060	129
1°20′ E	10	2	22,7822	**13°,08**	**264,4**	1,0765	241
	11	3	22,9805			1,0486	346
30. Mai	4	0	26,9785	19°,6	2604	1,2012	**4553** (63)
38°26′ N	10	1	26,0946	15°,60	2600	1,1635	143
10°17′ W	11	2	26,8776	**3°,14**	**263,8**	1,1287	275
	13	3	25,2244			1,0978	392
31. Mai	13	0	25,3425	19°,0	2605	1,1978	**4556** (61)
40°10′ N	4	1	27,0317	16°,082	2573	1,1587	149
11°29′ W	10	2	26,1547	**3°,19**	**262,9**	1,1245	279
	11	3	26,9288			1,0915	404
1. Juni	11	0	27,0526	18°,2	2604	1,2024	**4556** (63)
42°49′ N	13	1	25,4367	15°,955	2604	1,1663	137
10°9′ W	4	2	27,1094	**3°,14**	**263,9**	1,1301	274
	10	3	26,1881			1,0971	399
1. Juni	10	0	26,2535	17°,9	2604	1,2028	**4559** (65)
42°49′ N	11	1	27,0657	16°,00	2600	1,1643	146
10°9′ W	13	2	25,3965	**3°,10**	**263,8**	1,1291	279
	4	3	27,0982			1,0971	401
30. Mai	5	0	40,9018	20°,0	4512	2,0298	**4419** (40)
38°26′ N	7	1	39,9328	15°,17	4509	1,9664	138
10°17′ W	9	2	39,5743	**2°,525**	**459,3**	1,9079	265
	12	3	38,9195			1,8529	385
31. Mai	12	0	40,4762	19°,3	4513	2,0289	**4429** (40)
40°10′ N	5	1	40,5864	15°,81	4471	1,9652	139
11°29′ W	7	2	39,8368	**2°,53**	**458,1**	1,9138	251
	9	3	39,3730			1,8535	383
3. Juni	4	0	43,3470	16°,6	4513	1,9970	**4389**
46°13′ N	10	1	41,3680	13°,506	4379	1,9347	137
6°35′ W	11	2	42,0769	**2°,53**	**455,0**	1,8768	264
	13	3	38,9991			1,8233	382
3. Juni	13	0	37,2045	16°,5	4011	1,8218	**4466** (77)
46°35′ N	11	1	39,1589	13°,92	4011	1,7643	141
6°40′ W	10	2	37,5618	**2°,55**	**407,9**	1,7130	267
	4	3	38,3748			1,6629	389
2. Juni	4	3	42,6694	17°,0	4512	1,8520	
44°34′ N	10	3L	41,3977	14°,61	4512	1,8576	
8°27′ W	11	3	42,6768	**2°,53**	**459,4**	1,8569	
	13	3L	40,0758			1,8573	

Die Messungen im Sognefjord in 1905 brauchen nicht ausführlich erwähnt zu werden, da sie durch die Beobachtungen im Atlantischen Meere zum grössten Teil überflüssig gemacht wurden. Die Abhängigkeit der Zusammendrückbarkeit vom Salzgehalte wurde, in ähnlicher Weise wie oben beschrieben, durch 8 Messungen in 1200 m. Tiefe untersucht. Jede Messung wurde mit destilliertem Wasser und drei Seewasserproben von bzw. 6,31, 13,015, 19,425 ‰ Chlorgehalt ausgeführt.

Daneben wurden auch 8 Messungen in 800 m. Tiefe angestellt um die Abhängigkeit der Zusammendrückbarkeit vom Gasgehalte zu untersuchen. Von den vier Wasserproben, die zu diesem Zwecke benutzt wurden, war eine luftfrei und eine bei 180 mm. Quecksilberdruck mit Luft gesättigt. Die zwei übrigen waren bei 370 mm. Quecksilberdruck mit Luft gesättigt, und durch die eine derselben wurde noch dazu ein Strom von Kohlensäure geleitet. Der Chlorgehalt der Wasserproben war bzw. 19,425, 19,405, 19,41 und 19,40. Die Resultate zeigten — nachdem ich die nötigen Korrektionen wegen der geringen Unterschiede in Chlorgehalt angebracht hatte — keine vom Gasgehalte abhängigen Unterschiede in Zusammendrückbarkeit zwischen den verschiedenen Wasserproben. Die Unterschiede, die sich aus den einzelnen Messungen ergaben, waren im allgemeinen kleiner als 1 in der fünften Dezimalstelle des spezifischen Volumens; und sie verschwanden, wenn Mittelwerte aus allen Messungen gebildet wurden.

Auch im Atlantischen Meere wurde eine Messung mit lufthaltigen Proben ausgeführt (Tab. 3, die vier letzten Zeilen). Nach dem Journal war diesmal die Messung in Piezometer 4 verfehlt, indem beim Aufsammeln des eingepressten Quecksilbers wahrscheinlich ein kleiner Tropfen verloren wurde. Die übrigen, auf Piez. 10, 11 und 13 bezüglichen Zahlen zeigen keine Unterschiede in Zusammendrückbarkeit, die grösser als die möglichen Versuchsfehler sind.

Da also die Zusammendrückbarkeit jedenfalls nicht in bedeutendem Grade von den gelösten Gasen abhängig ist, so wurde bei den folgenden, im Laboratorium ausgeführten Messungen die Einwirkung des Gasgehaltes nicht weiter untersucht.

III. Die Messungen im Laboratorium

Methode und Apparate.

Die Piezometer wurden auch für diese Messungen aus Jenaer Glas 16^{III} gemacht und, mit einigen Veränderungen, nach einer von Th. W. Richards[1]) benutzten Form. Das Gefäss *A* (Fig. 4) besteht zum grössten Teil aus einem Rohr von 28 mm äusserem Durchmesser, das durch ein umgebogenes dickwandiges Rohr *C* (lichte Weite 3 mm) mit dem Gefäss *B* verbunden ist. Bei *e* ist das Rohr zu einem Durchmesser von etwa 0,7 mm verengert, und hier ist ein sehr feiner Platindraht (etwa 0,07 mm Durchmesser) quer durch das Rohr eingeschmolzen. (Das Rohr wurde an der engsten Stelle abgeschnitten, der Draht auf die eine Bruchfläche gelegt und dann die Teile wieder zusammengeschmolzen). Bei *d* ist ein dickerer Platindraht eingeschmolzen, der im Inneren des Glasrohrs in einer nach unten gerichteten Spitze endet.

Fig. 4.

Das weite Rohr *A* dient zur Aufnahme der Wasserprobe; das umgebogene Rohr *C* wird mit Quecksilber gefüllt, so dass das Metall über *d* und ein wenig über *e* hinausragt und die beiden Platindrähte in elektrische Verbindung setzt. Es wird dann die Leitung *eCd* in einen elektrischen Stromkreis eingeschaltet und der Druck gesteigert, bis — infolge der Volumverminderung der beiden Flüssigkeiten — der Stromkreis bei *e* unterbrochen wird. Demnächst wird der Druck aufgehoben, das Piezometer aus dem Druckgefäss herausgenommen und eine gewogene Quecksilbermenge in *B* gegossen, worauf der Druck bei unveränderter Temperatur wieder gesteigert wird, bis die Leitung bei *e* unterbrochen wird. Dieselben Operationen werden noch zweimal wiederholt. Wenn die erreichten Drucke bekannt sind, so kann die Zusammendrückbarkeit des Wassers berechnet werden.

In Wirklichkeit wurden — nach dem im ersten Abschnitte erwähnten Prinzip — gleichzeitig drei Piezometer benutzt, die in drei mit einander kommunizierenden Stahlzylindern eingeschlossen waren. Das eine Piezometer (1) enthielt destilliertes Wasser bei 0^0; die übrigen (2 und 3) wurden mit zwei verschiedenen Seewasserproben gefüllt und von einem gemeinsamen Wasserbade von der Temperatur *t* umgeben. Die Drucke, bei welchen in Piez. 1, 2 und 3 die Kontakte *e* unterbrochen

[1]) Richards and Stull: New Method for Determining Compressibility. Carnegie Institution, Publication No. 7, 1903. Siehe auch Richards, ibid. Publ. No. 76, 1907.

wurden, seien bzw. p_1, p_2 und p_3. Der Druck p_1 kann nach Gl. (3,a) und Gl. (6) aus den in Piezometer 1 eingegossenen Quecksilbermengen berechnet werden, und dieses Piezometer dient also als Druckmesser. Die Unterschiede $p_2 - p_1$ und $p_3 - p_1$, die durch Anpassen der eingegossenen Quecksilbermengen klein gemacht werden sollen, werden mittelst eines im folgenden beschriebenen Differenz-Manometers gemessen.

Eine beachtenswerte Fehlerquelle bilden bei dieser Methode die Temperaturveränderungen, die die Wasserproben erleiden, wenn der Druck zwischen den Werten p_1, p_2, p_3 variiert wird. Es seien ρ die Dichtigkeit, c_p die spez. Wärme unter konstantem Druck, e der thermische Ausdehnungskoeffizient und T die absolute Temperatur der Flüssigkeit, δp die adiabatische Drucksteigerung (in *C. G. S.* Einheiten) die sie erleidet, und J das Aequivalent einer Gramm-Kalorie in denselben Einheiten. Die Flüssigkeit erfährt dann eine Temperatursteigerung δt, die nach einem bekannten Lehrsatze von Lord Kelvin[1])

$$\delta t = \frac{Te}{J\rho c_p}\,\delta p$$

ist. Die adiabatische Volumänderung ist also um

$$e\delta t = \frac{Te^2}{J\rho c_p}\,\delta p$$

kleiner, als die isotherme Volumänderung bei gleicher Druckänderung. Für eine Drucksteigerung von 1 Bar ist $\delta p = 10^6$ und also, indem wir $T = 280$, $J = 42 \times 10^6$, $\rho c_p = 1$ ansetzen,

$$e\,\delta t = 7\,e^2$$

Die Grösse e^2 nimmt mit steigenden Temperaturen und Drucken schnell zu und ist für Seewasser bei 20^0 und 600 Bar etwa 10^{-7}. Für destilliertes Wasser von 0^0 ist sie bei allen Drucken zwischen 0 und 600 Bar kleiner als $1{,}5 \times 10^{-8}$. Falls die Drucke p_1, p_2, p_3 um 1 Bar von ihrem Mittelwerte abweichen, so können also die adiabatischen Temperaturänderungen Fehler bis zu einer Einheit in der 6ten Dezimalstelle des spez. Volumens verursachen.

Damit die gewählte Methode genaue Resultate geben kann, ist es wegen dieser Ursache notwendig, dass die zu messenden Zusammendrückbarkeiten im voraus annähernd bekannt sind. Da die zur See ausgeführten Messungen nicht vollständig und die Tait'schen nicht genau genug waren, so wurde daher im Laboratorium eine vorbereitende Messungsreihe vorgenommen. Bei den endgültigen Bestimmungen wurde dann Gewicht darauf gelegt, die von adiabatischen Temperaturänderungen verursachten Fehler möglichst klein zu machen. Ob-

[1]) (Sir W. Thomson) Trans. Roy. Soc. of Edinb. XX p. 283 (1853).

wohl nicht so viel Mühe darauf verwendet wurde, als vielleicht wünschenswert gewesen wäre, so können doch die bezüglichen Fehler nur ausnahmsweise grösser als 1 oder 2 Einheiten der 6ten Dezimale des spez. Volumens gewesen sein. Eine zuverlässige nachträgliche Korrektion derselben kann nicht gemacht werden.

Die nähere Anordnung der Apparate ist in der teilweise schematisierten Skizze Fig. 5 dargestellt.

Der Druck wurde mit einer von der „Société Genevoise" gelieferten Cailletet-Pumpe[1]) für 1000 Atm. Maximalbelastung hervorgebracht. Zur Pumpe gehörte ein Manometer von Schäffer und Budenberg in Magdeburg-Buckau. Das Manometer war mit dem Normaldruck-

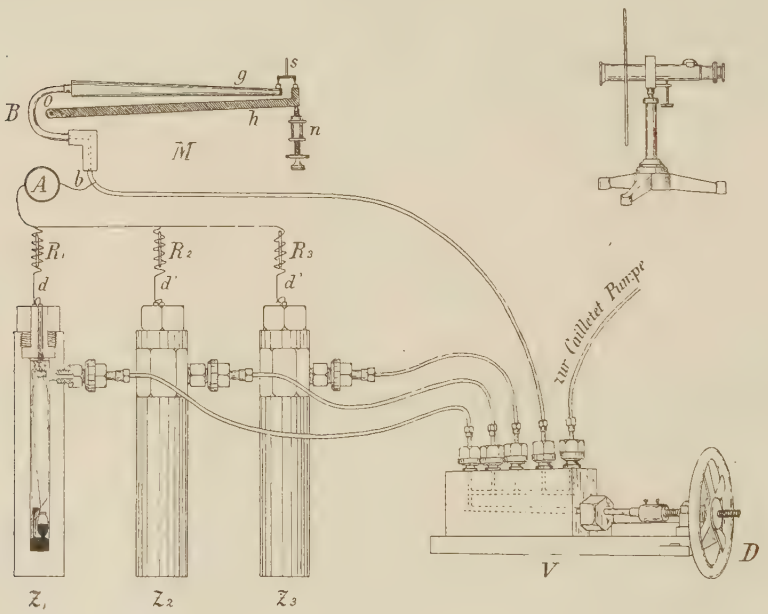

Fig. 5.

messer dieser Firma (einer Druckwage mit direkter Gewichtbelastung) verglichen und mit einer Korrektionstabelle versehen.

Von der Cailletet-Pumpe wird der Druck in das Verzweigungsstück V fortgepflanzt und von diesem in die drei Druckzylinder Z_1, Z_2, Z_3, sowie zu dem später zu erwähnenden Differenz-Manometer M. Um die bisweilen unvermeidliche Leckage in der Pumpe unschädlich zu machen, war die letztere mit einer Ventilschraube versehen, mittelst welcher die Pumpe, aber nicht das zugehörige Manometer, von V abgesperrt werden konnte. Mittelst der Druckschraube D in dem Ver-

[1]) Die Pumpe functionierte im allgemeinen gut. Doch hatte das Saugventil eine unangenehme Neigung, sich festzusetzen, was vielleicht vermieden werden kann, wenn es in einem stumpferen Konus gedreht wird.

zweigungsstück V kann der Druck innerhalb enger Grenzen verändert werden, selbst wenn die Pumpe abgesperrt ist. Das Piezometer wird wie in Fig. 6 unter dem Deckel des Druckzylinders aufgehängt. Ein isolierter Kupferdraht i verbindet den Platindraht d mit einem Quecksilbertropfen, der im Rohrstück oberhalb des Hahnes H liegt. In denselben Quecksilbertropfen taucht der durch den Deckel gehende isolierte Draht d'. In den Deckeln, die mit den übrigen Apparaten von der „Société Genevoise" geliefert wurden, waren die Drähte d' mittels Marineleim und Ebonitstöpsel isoliert. Diese Isolation überstand aber den Druck nicht, obwohl die Ausführung sorgfältig war. Es wurde daher eine von Amagat beschriebene Anordnung benutzt (Fig. 6). Der Draht d' wurde in zwei Teile geschnitten und diese an beiden Enden eines sehr spitzen abgestumpften Stahlkonus angelötet. Der Stahlkonus wurde in ein zur Isolierung dienendes konisches Rohrstück aus Elfenbein und dies wieder in eine konische Bohrung im Deckel eingepasst. Alle drei Teile wurden in einander gut zusammengeschliffen. Der Draht wurde oberhalb des Stahlkonus mittelst eines Ebonitrohres, unterhalb desselben mit Marineleim isoliert. Bei dieser Anordnung hat sich niemals die geringste Leckage gezeigt, selbst bei einem Drucke von 1000 Atm. nicht.

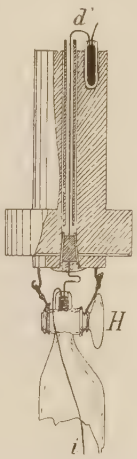

Fig. 6.

Einer der Druckzylinder Z_1 ist in Fig. 5 in Durchschnitt gezeigt. Am Boden ist Quecksilber gegossen, hoch genug, um über die Kontaktstelle e des Piezometers (aber nicht bis zu d) zu reichen. Die Platindrähte e aller drei Piezometer sind in dieser Weise in elektrischer Verbindung mit den Metallteilen der Druckapparat und, durch den Leitungsdraht b, mit dem positiven Pole einer Akkumulatorzelle A von 2 Volt. Der Platindraht d jedes Piezometers wird wie oben beschrieben mit dem Drahte d' elektrisch verbunden und weiter mit dem negativen Pole von A. Auf den drei Verbindungswegen sind Drahtspulen R_1, R_2, R_3 von grossem Widerstande eingeschaltet und bewirken durch Anziehung einer als Relais dienenden Magnetnadel ein momentanes Glockensignal, sobald die bezügliche Leitung entweder unterbrochen oder geschlossen wird.

Das Differenz-Manometer M wurde im Laboratorium hergestellt. Der Hauptteil desselben ist ein Bourdon'sches Rohr B derselben Sorte, wie es zu den Manometern von Schäffer & Budenberg benutzt wird. An dem freien Ende des Rohres ist eine 35 cm. lange hohle Stange g befestigt, und die Bewegung des freien Endes dieser Stange wird wiederum auf ein Spiegelchen s übertragen und mit Fernrohr und Skala abgelesen. Das Spiegelchen steht mit zwei Stahlspitzen auf einem an g befestigten Achat und mit einer dritten Spitze auf einem zweiten Achat; und zwar wird es so angeordnet, dass die Spitzen immer auf genau den-

selben Punkten des erstgenannten Achates ruhen. Das Manometer ist innerhalb eines Druckintervalles von etwa 100 Atm. brauchbar, und dieses Intervall kann beliebig verschoben werden, indem der eine Achat mittelst der Schraube n gehoben oder gesenkt wird. Die Bewegung beider Achate geschieht (geometrisch) um eine gemeinsame Achse o, und in einer Ebene mit dieser Achse liegen auch die plangeschliffenen Oberflächen beider Achate.

Das Differenz-Manometer wurde durch Vergleichung mit dem Schäffer & Budenberg-Manometer von 50 zu 50 Kgr. pro cm^2 kalibriert. Bei einer Drucksteigerung von 1 Bar bewegte sich der an g befestigte Achat etwa 0,01 mm, und die Ablesung an der Skala änderte sich um 2,3 mm.

Kleine Druckdifferenzen konnten daher mit einer Genauigkeit von 2 oder 3 Hundertstel einer Atmosphäre gemessen werden. Dies entspricht einer Einheit in der sechsten Dezimalstelle des spezifischen Volumens, da ja die Zusammendrückbarkeit des Seewassers von der Grössenordnung 4×10^{-5} ist.

Die Ablesungen am Differenz-Manometer wurden von der Temperatur nicht unwesentlich beeinflusst, und es war daher notwendig dieselbe unveränderlich zu halten, während eine Beobachtung mit allen drei Piezometern ausgeführt wurde. Das Manometer wurde zu diesem Zwecke in ein hölzernes Häuschen eingebaut, was sich als genügend erwies. Die nötige Kontrolle wurde in der Weise erhalten, dass die 3 Piezometer jedesmal wiederholentlich in zwei entgegengesetzten Reihenfolgen beobachtet wurden.

Die oben beschriebene Kontaktstelle e in den Piezometern erwies sich als sehr zweckmässig. Das Quecksilber hatte keine Neigung, sich auf den Draht in Tropfen zu hängen. Das Schliessen und Unterbrechen des Stromkreises geschah innerhalb eines Intervalles von einer Zehntel Atmosphäre, wenn das Piezometer mit Quecksilber gefüllt war; was einer Unsicherheit in der Volumenbestimmung von nur 1 oder 2 Einheiten in der 7. Dezimalstelle entspricht.

Volumbestimmungen der Piezometer.

Um die Volumina der Wasserproben bestimmen zu können, wurden die Piezometer in folgender Weise kalibriert. Zuerst wurden B, C, und A mit Quecksilber gefüllt, indem das Metall durch die Öffnung e (langsam!) hineingesaugt wurde. Der Hahn H wurde geschlossen, B von Quecksilber entleert und in einem Wasserbade die Temperatur t genau beobachtet, bei welcher der Quecksilbermeniscus in e den Platindraht berührte. Der Hahn wurde nun durch einen Gummischlauch mit einem Wasserbehälter verbunden. Er wurde sodann ein wenig geöffnet (wobei das aus A herabfliessende Quecksilber

von Wasser ersetzt wurde) und das herabfliessende Quecksilber aus *B* herausgenommen, bis die Menisken des in *C* zurückgelassenen Quecksilbers gleichzeitig die Platindrähte *e* und *d* berührten. Die herausgenommene und die zurückgelassene Quecksilbermenge wurde jede für sich getrocknet und gewogen, und die erstere für die im Hahne enthaltene Quecksilbermenge korrigiert. Die spezifischen Volumina des Quecksilbers wurden aus Landolt und Börnsteins Tabellen (3te Aufl.) entnommen und die thermische Volumausdehnung des Glases nach Gl. (7) p. 16 berechnet.

Tab. 4 enthält für die Piezometer 1, 2, 3, die in dieser Weise gefundenen Volumina von *A* (zwischen *H* und *d*) und von *C* (zwischen *d* und *e*), alle bei 0°. Nebenbei sind in Klammern die Einzelwerte (nur die Dezimalen) der zwei Messungen gegeben, aus welchen die Mittelwerte mit drei Dezimalstellen berechnet sind.

Tab. 4

Piez. No.	Volumen von *A* bei 0°	Volumen von *B* bei 0°
1	94,575 (,5750; ,5753) cm³	0,335 (,3346; ,3352) cm³
2	99,837 (,8370; ,8370) —	0,349 (,3493; ,3493) —
3	98,414 (,4137; ,4135) —	0,376 (,3750; ,3764) —

Falls die Drucke innerhalb und ausserhalb des Piezometers verschieden sind, wird dies auf das Volumen von *A* einwirken. Um die Grösse dieser Einwirkung zu untersuchen, wurde ein Piezometer wie oben beschrieben mit Quecksilber vollständig gefüllt, und es wurde in drei Stellungen die Temperatur bestimmt, bei der das Quecksilber den Platindraht *e* berührte, nämlich: 1) Piez. senkrecht gestellt; Hahn nach oben, 2) Piezometer horizontal gelegt, 3) Piez. senkrecht; Hahn nach unten gerichtet. Die drei gefundenen Temperaturen waren bzw. 16°,45, 16°,50, 16°,55. Da der Abstand von *e* bis zur Mitte des Gefässes *A* etwa 15 cm. ist, findet man, dass ein Druckunterschied von 1 cm. Quecksilber das Volumen des Piezometers um 0,05 mm³ vergrössert bzw. vermindert. Bei den oben beschriebenen Volumbestimmungen wurde das mit Quecksilber gefüllte Piezometer senkrecht (Hahn nach oben) gehalten, und die in der Tabelle gegebenen Volumina sind wegen dieser Ursache um 8 Milliontel zu klein. Ein Fehler von dieser Grösse im Volumen eines einzelnen Piezometers würde kaum von Bedeutung sein. In dem vorliegenden Falle tritt der Fehler mit annähernd derselben Grösse in die Volumina aller drei Piezometer auf und wird daher vollständig bedeutungslos. Es ist auch keine Korrektion dafür in Tab. 4 angebracht worden.

Um ein Piezometer zu füllen, wurde es zuerst mit Quecksilber gefüllt, und dann wurde wie bei der Kalibrierung die Wasserprobe durch

den Hahn hineingesaugt, bis, bei einer bestimmten Temperatur t, der Quecksilbermeniscus die Platindrahtspitze d berührte. Die Temperatur t wurde so viel höher als die für die Messung bestimmte Temperatur gewählt, dass bei der letzteren das Quecksilber bis in das weite Rohr A reichte. (Siehe Fig. 5, Z_1). Dadurch wurde erreicht, dass der Unterschied zwischen äusserem und innerem Druck bei der Kompression des Wassers nur sehr wenig verändert wurde. Der durch diese Veränderung entstandene Fehler kann im allgemeinen eine Einheit in der 6sten Dezimalstelle des spezifischen Volumens nicht überschritten haben und war ausserdem von annähernd derselben Grösse bei allen drei Piezometern. Er konnte daher unberücksichtigt bleiben.

Scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers.

Bei der Berechnung der Beobachtungen ist es infolge Gl. (3,b) notwendig, die scheinbare Zusammendrückbarheit η' des Quecksilbers zu kennen, wenn auch in Bezug auf diese Grösse eine verhältnismässig geringe Genauigkeit ausreicht.

Um η' zu bestimmen, wurde Piezometer 3 mit Quecksilber[1]) vollständig gefüllt. Es enthielt bis zum Kontakte e 1343 gr. Quecksilber bei 0° und 1339 gr. bei 20°. Die Ergebnisse der sodann ausgeführten Messungen sind in Tab. 5 zusammengestellt. Die erste Kolonne gibt die Temperatur an, bei welcher die Messung ausgeführt wurde; die zweite das Gewicht des in einer oder mehreren Portionen eingefüllten Quecksilbers; die dritte Kolonne die Drucke in Bar, bei welchen der Kontakt e unterbrochen wurde, bevor und nachdem die Quecksilbermenge eingefüllt war. Die vierte Kolonne enthält die nach Gl. (4) berechnete mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers für 1 Bar Drucksteigerung zwischen den in der dritten Kolonne gegebenen Grenzen.

Tab. 5
(Erste Messreihe mit Quecksilber) Piez. 3 benutzt.

Temperatur	Eingepresstes Quecksilber Gramm.	Druckintervall Bar.	Scheinbare Zusammendrückbarkeit pro Bar.
0°	1,3164	9,8 bis 632	$0{,}0_5 1574$
10°,22	1,3239	3,3 bis 612,5	1620
19°,91	0,6675	4,8 bis 298	1700
—	1,3259	4,8 bis 599	1667

[1]) Das im Laboratorium benutzte Quecksilber war von Baird and Taidlock in Eisenflaschen gekauft. Es wurde gereinigt durch jahrelange Berührung mit einer verdünnten Lösung von Quecksilbernitrat.

Die scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers nimmt also mit der Temperatur zu, und zwar um 5 oder 6 % zwischen 0° und 20° C. Dieses Resultat steht in Widerspruch mit den Messungen von Richards und Stull[1]), nach welchen die scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers bei 0° und 20° nicht merkbar verschieden sein sollte. Zwar wird von Richards und Stull nicht die zu ihren Piezometern benutzte Glassorte angegeben, aber es ist doch kaum denkbar, dass die Zusammendrückbarkeit dieses Glases einen so grossen Temperaturkoeffizient hatte, dass dieselbe die Unstimmigkeit erklären könnte. Zur Kontrolle wurden daher in April 1908 einige neue Messungen vorgenommen, dies Mal mit Piezometer 1. Bei den neuen Messungen wurde der Anfangsdruck höher gewählt, um den Einfluss möglicherweise an den Glaswänden haftender Luft zu verringern. Die Resultate fielen in guter Übereinstimmung mit der ersten Versuchreihe aus, wie aus Tab. 6 unten hervorgeht.

Tab. 6
(zweite Messreihe mit Quecksilber) Piez. 1 benutzt.

Temperatur	Eingepresstes Quecksilber Gramm.	Druckintervall Bar.	Scheinbare Zusammendrückbarkeit pro Bar.
0°	0,3994	40,6 bis 233,8	$0{,}0_5 1605$
—	0,8110	40,6 — 435,5	1593
—	1,2453	40,6 — 653,7	1574
20°	1,2533	40,6 — 627,2	1662

Aus den Ergebnissen beider Messreihen wurde die folgende Formel für die mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit η' des Quecksilbers zwischen 0 und p Bar in Jenaer Normalglas 16^{III} berechnet:

$$\eta' = 10^{-8}(164 - 0{,}01p + 0{,}44t). \qquad (8)$$

Messungen mit Meerwasser.

Das Seewasser, das für die Zusammendrückbarkeitsbestimmungen benutzt wurde, stammt aus dem Atlantischen Ozean ausserhalb der portugiesischen Küste (etwa 45° N, 7° W), wo es am 2ten und 3ten Juni 1906 in 3000 m Tiefe geschöpft wurde, Temperatur 2°,6, $Cl = 19{,}35$, $\sigma_0 = 28{,}10$. Von diesem Wasser wurde ein Teil mit destilliertem Wasser zu einem Chlorgehalte $Cl = 17{,}23$ verdünnt, woraus nach M. Knudsen's Tabellen $\sigma_0 = 25{,}01$ berechnet wird. Diese Probe wird als Seewasser A bezeichnet. Ein zweiter Teil (Seewasser B) wurde durch Eindampfen in freier Luft bei 30° Temperatur bis zu einem Chlorgehalte $Cl = 21{,}33$ ($\sigma_0 = 30{,}97$) konzentriert. Beide Proben wurden in Berührung mit Luft von 75 mm Quecksilberdruck und bei 13° C geschüttelt, bis

[1]) Richards and Stull, New Method for Determining Compressibility p 20.

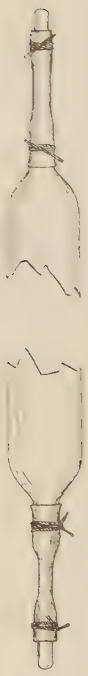

Fig. 7.

Gleichgewicht in Bezug auf gelöste Gase eingetreten war, und dann auf Röhren aus Jenaer Geräte-Glas von etwa 120 cm³ Volumen gefüllt. Die Röhren wurden vollständig mit dem Wasser gefüllt und mit Gummischläuchen und Glasstäbchen wie auf Fig. 7 verschlossen, um Volumveränderungen des Wassers zu gestatten. Es konnten keine Spuren von ausgefällten Karbonaten nach dem Eindampfen oder nach der Luftverdünnung entdeckt werden, und auch nicht in den fertig gefüllten Röhren. Das destillierte Wasser, mit dem die Seewasserproben in Bezug auf Zusammendrückbarkeit verglichen wurden, war bei 20 bis 25 mm Quecksilberdruck mit Luft gesättigt.

Um die Weise zu veranschaulichen, in welcher die Beobachtungen ausgeführt und berechnet wurden, wähle ich als Beispiel die erste unter den endgültigen Messungen. Am 8. November war Piezometer 1 mit destilliertem Wasser, Piezometer 2 mit Seewasser *A* und Piezometer 3 mit Seewasser *B* gefüllt, sämtlich für Untersuchung bei 0° (siehe Tab. 8, erste Kolonne). In Piezometer 1 reichte das Wasser bis an die Drahtspitze *d* bei 26°,0, in Piezometer 2 bei 17°,35 und in Piezometer 3 bei 16°,9. In der auf p. 16 beschriebenen Weise und unter Benutzung der in Tab. 4 gegebenen Volumenwerte lassen sich aus diesen Daten die in Tab. 7 zusammengestellten Werte berechnen:

Tab. 7

	Vol. des Wassers	Gew. des Quecksilbers	H_0
Piez. 1 (Dest Wasser)	94,343 cm³	7,73 gr.	8,20
Piez. 2 (Seewasser *A*)	99,632 —	7,54 -	7,57
Piez. 3 (Seewasser *B*)	98,193 —	8,11 -	8,26

Die Zahlen in der zweiten Kolonne geben die Volumina des in Piezometer 1, 2, 3 enthaltenen Wassers bei Atmosphärendruck und bei der für die Messungen bestimmten Temperatur an. Die letztere war für das destillierte Wasser immer 0° und für das Seewasser in dem besprochenen Falle auch 0°. In der dritten Kolonne ist das Gewicht des Quecksilbers berechnet, das unter den nämlichen Verhältnissen zwischen dem Wasser und dem Draht *e* sich befindet. Die vierte Kolonne H_0 gibt das Gewicht des Quecksilbers in Gramm pro 100 cm³ Wasser an, also mit 0,94343 u. s. w. dividiert.

Nachdem die Piezometer in die Druckzylindern hineingesetzt und die Temperaturbäder in Ordnung gebracht waren, wurde das Differenz-Manometer mehrmals bei den Drucken abgelesen, bei denen die Stromkreise 1, 2, 3 unterbrochen und geschlossen wurden. Die erste

und die 3 letzten dieser Ablesungen sind hier unten als Beispiel angeführt.

Zeit. Nachmittag	Ablesung des Differenz-Manometers in Centimeter.					
	Stromkreis 1		Stromkreis 2		Stromkreis 3	
	unterbr.	geschlossen	unterbr.	geschl.	unterbr.	geschl.
12,15	19,60	19,67	20,01	20,20	20,22	20,21
1,22	19,99	19,98	19,98	19,98	20,23	20,23
1,45	20,00	20,00	19,99	19,98	20,24	20,24
2,10	20,00	20,00	19,99	19,985	20,24	20,24
Angenommene Ablesung	20,00		19,99		20,24	

Dann wurde bei Atmosphärendruck (Abflusshahn der Pumpe offen) die Ablesung 17,57 gemacht. Aus der vorläufigen Messungsreihe hatte ich Hülfstabellen für die Quecksilbermengen berechnet, die in die Piezometer eingedrückt werden bei einer 1 cm. an der Skala des Differenz-Manometers entsprechenden Drucksteigerung. Sie sind von dem Volumen des Piezometers, dem Salzgehalt und der Temperatur des Wassers, und endlich vom Drucke abhängig, und sind in dem vorliegenden Falle bzw. 0.265, 0.257 und 0,248 gr. Bei Atmosphärendruck enthielten die Piezometer also bzw. $2{,}43 \times 0{,}265 = 0{,}644$, 0.622, 0.662 Gramm Quecksilber oberhalb der Kontakte *e*. (Siehe Tab. 8, dritte Kolonne). Dann wurde in Piez. 1, 2 und 3 bzw. 11,4435, 11.0962 und 10.7422 Gramm Quecksilber eingegossen (zweite Kolonne der Tabelle), und wieder der Druck gesteigert. Wenn die Stromkreise 1, 2, 3 unterbrochen wurden, wurde am Differenz-Manometer bzw. 20.12, 20.11, 20.485 abgelesen, und auf den ersteren dieser Drucke, die wir mit p_1 bezeichnen, sollen die zwei übrigen Beobachtungen reduziert werden. Das Schäffer und Budenberg-Manometer zeigte bei demselben 200 Bar an. Gemäss den Hülfstabellen wird dann bei einer Drucksteigerung, die 1 cm am Differenz-Manometer entspricht, bzw. 0,240 und 0,231 gr. Quecksilber in Piez. 2 und 3 eingepresst. Piez. 2 enthielt also 0,0024 gr. zu wenig, und Piez. 3 0,0843 gr. zu viel Quecksilber (dritte Kolonne von Tab. 8). Aus den bis jetzt erwähnten Zahlen ergibt sich die bei einer Drucksteigerung von 0 zu p_1 (ung. 200 Bar) eingepresste Quecksilbermenge in Piez. 1: $0{,}644 + 11{,}4435 = 12{,}0875$ gr., in Piez. 2: $0{,}622 + 11{,}0962 + 0{,}0024 = 11{,}7206$ gr. und in Piez. 3: $0{,}662 + 10{,}7422 - 0{,}0843 = 11{,}3199$ gr. (vierte Kolonne in Tab. 8).

In diesen sowie in den folgenden Rechnungen ist eine Dezimalstelle mehr mitgenommen als der Genauigkeit der Beobachtungen entspricht, damit die Fehler nicht bei den Rechnungen vergrössert werden.

Die Messungen wurden in derselben Weise bei etwa 400 und 600 Bar fortgesetzt, und die diesbezüglichen Zahlen in den vier ersten

Kolonnen von Tab. 8 sind ohne weiteres zu verstehen. Die Messungen wurden dann bei abnehmenden Drucken (400, 200 und 0 Bar) fortgesetzt. Zu diesem Zwecke wurde zuerst ein wenig zu viel Quecksilber aus den Piezometern herausgenommen und gewogen, und dann passend berechnete Mengen gewogen und wieder eingegossen um den gewünschten Druck zu treffen.

Tab. 8

Druck in Bar. Bezeichnung der Wasserproben.	Gramm Quecksilber			Eingepresste Quecksilbermenge pro 100 cm³ Wasser			Scheinbare Kompression
	Eingegossen	Überschüssig	Eingepresst	Gramm	Davon wegen Kompression des Quecksilbers	Davon wegen Kompression des Wassers	mit 100 multipliziert.
0 Bar							
Dest. Wasser 0°		+ 0,644	0				
Seew. *A*, 0°		+ 0,622	0				
Seew. *B*, 0°		+ 0,662	0				
200 Bar							
Dest. W. 0°	11,4435	+ 0	12,0875	12,8123	0,0068	12,8055	0,94190
Seew. *A*, 0°	11,0962	— 0,0024	11,7206	11,7638	63	11,7575	0,86481
Seew. *B*, 0°	10,7422	+ 0,0843	11,3199	11,5282	64	11,5218	0,84747
400 Bar							
Dest. W. 0°	11,2903	— 0,0184	23,3962	24,7990	0,0211	24,7779	1,82251
Seew. *A*, 0°	11,0200	+ 0,0270	22,7112	22,7950	194	22,7756	1,67524
Seew. *B*, 0°	10,5406	0	21,9448	22,3486	196	22,3290	1,64239
601 Bar							
Dest. W. 0°	10,5245	+ 0,0065	33,8958	35,9282	0,0419	35,8863	2,63958
Seew. *A*, 0°	10,2188	0	32,9570	33,0786	386	33,0400	2,43022
Seew. *B*, 0°	9,8625	— 0,0510	31,8583	32,4445	386	32,4059	2,38358

Wir nehmen nun an, dass die Dimensionen jedes Piezometers in einem solchen Verhältniss vergrössert wären, dass das Volumen der Wasserprobe bei Atmosphärendruck 100 cm³ sei, anstatt wie in der zweiten Kolonne von Tab. 7 angegeben. Unter dieser Annahme würden auch die eingepressten Quecksilbermengen und die Quecksilbermengen, die die Piezometer bei Atmosphärendruck enthalten, in demselben Verhältnisse verändert sein. Die ersteren sind in der fünften Kolonne von Tab. 8, die letzteren in der vierten Kolonne von Tab. 7 gegeben und sind bzw. für H und für H_0 in Gl. (3,a) einzusetzen, während für V der Wert 100 zu setzen ist.

Im Falle z. B. des destillierten Wassers bei 200 Bar ist $H_0 = 8{,}20$, $H = 12{,}8123$ und, infolge Gl. (8), $\eta' = 0{,}0_5162$. Es ist also

$$p\eta'(H_0 + H) = 200 \times 0{,}0_5162 \times 21{,}01 = 0{,}0068.$$

Diese Grösse ist in der 6ten Kolonne und der Rest $H - 0{,}0068 = 12{,}8055$

Tab. 9

1907 Datum	Temp. des Seewassers	Piez. No.	Scheinbare Kompression mit 100 multipliziert.		
			Destill. W. 0°	Seewasser *A*	Seewasser *B*
8. Nov.	0°	1, 2, 3	0,94190	0,86481	0,84747
			1,82251	1,67524	1,64239
			2,63958	2,43022	2,38358
22. —	—	1, 3, 2	0,94260	0,86453	0,84826
			1,81968	1,67198	1,64066
			2,63654	2,42632	2,38166
27. Nov.	4°,97	1, 3, 2	0,95838	0,85423	0,83971
			1,83545	1,64013	1,61209
			2,65684	2,38024	2,33998
28. —	—	1, 3, 2	0,95471	0,85079	0,83542
			1,83183	1,63675	1,60769
			2,65315	2,37717	2,33577
18. Nov.	9°,97	1, 2, 3	0,97327	0,84729	0,83222
			1,86387	1,62784	1,59955
			2,66871	2,33882	2,29887
19. —	—	1, 2, 3	0,96844	0,84298	0,82836
			1,85233	1,61783	1,58990
			2,66538	2,33602	2,29621
3. Dec.	—	1, 3, 2	0,94372	0,82121	0,80727
			1,82474	1,59287	1,56627
			2,63830	2,31079	2,27300
4. —	—	1, 3, 2	0,94417	0,82143	0,80757
			1,82459	1,59317	1,56647
			2,63816	2,31110	2,27317
5. Dec.	14°,96	1, 3, 2	0,95835	0,81774	0,80692
			1,83375	1,56986	1,54744
			2,64438	2,27360	2,24046
6. —	—	1, 3, 2	0,95005	0,81111	0,79785
			1,82793	1,56662	1,54145
			2,64103	2,27124	2,23565
13. Nov.	19°,96	1, 2, 3	0,96452	0,81196	0,79760
			1,84358	1,55738	1,53169
			2,66474	2,25936	2,22338
14. —	—	1, 2, 3	0,95757	0,80479	0,79165
			1,84231	1,55489	1,53016
			2,66225	2,25630	2,22106
9. Dec.	—	1, 3, 2	0,95857	0,80539	0,79327
			1,83622	1,54832	1,52520
			2,64660	2,24198	2,20895
10. —	—	1, 3, 2	0,96213	0,80834	0,79599
			1,83667	1,54930	1,52592
			2,64697	2,24233	2,20909

in der 7ten Kolonne von Tab. 8 gegeben. Die letztere Zahl, mit $h_0/V = 0{,}073554/100$ multipliziert, ist infolge Gl. (3,a) die totale scheinbare Kompression des Wassers, und diese ist in die letzte Kolonne von Tab. 8 eingesetzt. In ähnlicher Weise sind die übrigen 8 Zahlenwerte in dieser Kolonne berechnet. Die Ergebnisse sämtlicher Messungen sind in Tab. 9 in mehr zusammengedrängter Form gegeben, indem nur die Zahlen der letzten Kolonne von Tab. 8 angeführt werden. Diese sind in Tab. 9 in drei Kolonnen (vierte bis sechste) geordnet, entsprechend den drei untersuchten Wasserproben. Die erste Kolonne gibt das Datum jeder Messungsreihe, die zweite die wahre Temperatur (Wasserstoffskale) der mit Seewasser gefüllten Piezometer, und die dritte die Reihenfolge, in welcher die Piezometer 1, 2, 3 mit bzw. destilliertem Wasser, Seewasser *A* und Seewasser *B* gefüllt waren. So z. B. enthielt am 22. Nov. Piez. 3 die Seewasserprobe *A* und Piez. 2 die Seewasserprobe *B*, während am 8. Nov. das umgekehrte der Fall war.

Messungen mit destilliertem Wasser.

Um die zur See gemachten Messungen möglichst gut ausnutzen zu können, war es notwendig, den Temperaturkoeffizienten für die scheinbare Zusammendrückbarkeit des destillierten Wassers ziemlich genau zu kennen. Eine (vorläufige) Reihe von Messungen wurde daher im Februar 1908 ausgeführt in derselben Weise. wie mit dem Seewasser, jedoch mit nur zwei Piezometern 1 und 2. Beide waren mit destilliertem Wasser gefüllt. Piez. 1 wurde immer bei 0°, Piez. 2 bei etwa 5° 10° 15° und 20° zusammengedrückt. Die einzelnen Beobachtungsergebnisse wurden alle auf einen von drei bestimmten Drucken reduziert, nämlich die Drucke, bei welchen die scheinbare Kompression bei 0° gleich 0,009431, 0,018310 oder 0,026327 ist. Die so reduzierten Messungsergebnisse sind in der ohne weiteres verständlichen Tab. 10 zusammengestellt. Die Drucke, die in der ersten Kolonne gefunden werden, sind aus den Zahlen in der zweiten Kolonne nach Gl. (6) berechnet.

Tab. 10

Druck	Scheinbare Kompression des Dest. Wassers mit 100 multipliziert.				
	0°	4°,97	9°,97	14°,96	19°,96
200,08	0,9431	0,9114	0,8849	0,8642	0,8485
»	»	0,9113	0,8852	0,8648	0,8484
402,56	1,8310	1,7711	1,7218	1,6835	1,6525
»	»	1,7718	1,7218	1,6835	1,6519
598,44	2,6327	2,5497	2,4808	2,4265	2,3830
»	»	2,5497	2,4810	2,4268	2,3828

IV. Berechnung der Resultate

Einfluss der Temperatur auf die Zusammendrückbarkeit von reinem Wasser.

Aus der ersten und den vier letzten Kolonnen in Tab. 10 lässt sich der folgende Ausdruck für μ' berechnen, wo μ' die mittlere scheinbare Zusammendrückbarkeit des Wassers in Jenaer Glas 16^{III} zwischen 0 und p Bar und bei t^0 bedeutet[1]):

$$10^8\mu' = \frac{4886}{1+0{,}0_3181p} - 37{,}62t + 0{,}700t^2 - 0{,}004t^3 + \frac{p}{1000}(12{,}40t - 0{,}215t^2) - \frac{1{,}5tp^2}{1000000} \qquad (9)$$

Der Koeffizient von t^3 ist so gewählt, dass der ganze Ausdruck sich an die Messungsergebnisse von Amagat zwischen 0^0 und 50^0 möglichst gut anschliesst. Die übrigen von t abhängigen Glieder sind dann aus den in Tab. 10 zusammengestellten Beobachtungen berechnet. Um den Ausdruck für μ' an Amagat's Messungen im ganzen Gebiete bis 100^0 oder 200^0 anzuschliessen, wäre wenigstens noch ein Glied t^4 notwendig; dieses Glied würde aber zu klein sein, um zwischen 0^0 und 20^0 merkbar zu werden.

Tab. 11 zeigt die Unterschiede zwischen den beobachteten und den aus Gl. (9) berechneten Werten der totalen scheinbaren Kompression $\mu'p$ in Milliontel des Volumens des Wassers.

Tab. 11

p	$t = 4°,97$	$t = 9°,97$	$t = 14°,96$	$t = 19°,96$
200,08	+1, 0	−2, +1	−3, +3	−1, −2
402,56	−1, +6	−4, −4	+4, +4	−2, −8
598,44	+1, +1	−4, −2	+1, +4	−2, −4

Die Unterschiede sind positiv gerechnet, wenn die beobachtete Kompression grösser als die berechnete ist.

Aus Gl. (9) und (2, b) findet man ferner den folgenden Ausdruck für die wirkliche mittlere Zusammendrückbarkeit μ, indem für die Zusammendrückbarkeit des Glases 16^{III} der Wert $0{,}0_5225$ benutzt wird (vergl. p. 8):

[1]) Zu beachten ist, dass der Druck 0 als mit dem Atmosphärendruck gleichbedeutend zu verstehen ist (vergl. p. 6).

$$10^8\mu = 225 + \frac{4886}{1 + 0{,}0_3 183p} - 37{,}62t + 0{,}700t^2 - 0{,}004t^3$$
$$+ \frac{p}{1000}(12{,}50t - 0{,}218t^2) - \frac{1{,}5tp^2}{1000000}. \qquad (10)$$

Tab. 12 zeigt in ähnlicher Weise wie Tab. 11 die Unterschiede zwischen einigen von AMAGAT beobachteten und den entsprechenden aus Gl. (10) berechneten Werten der totalen Kompression μp, jedoch in Hunderttausendstel des Volumens. Man sieht, dass Gl. (10) bis 50° und 600 Bar oder bis 20° und 900 Bar mit AMAGAT's Messungen übereinstimmt, mit einer Genauigkeit, die der Genauigkeit der letztgenannten Messungen entspricht. Um die Übereinstimmung über ein grösseres Gebiet auszudehnen würde es notwendig sein, die Anzahl der Glieder in Gl. (10) zu vermehren.

Tab. 12

p	$t = 0°$	5°	10°	15°	20°	30°	40°	50°	60°
201,6	0	−2	+1	+1	+5	+5	−1	−3	+6
404,3	−1	−10	+2	+2	+2	+1	−8	−6	+14
606,9	−2	−2	+2	+3	+3	+2	0	+16	+48
910,9	−3	−5	0	+1	+5	+18	+29	+74	+113

Über die absolute Zusammendrückbarkeit von Wasser, Jenaer Normalglas und Quecksilber.

Vorschlag zu einer Methode für genaue Druckmessungen.

Die Resultate der ganzen hier berichteten Arbeit sind gewissermassen von dem Ausdrucke Gl. (5, a):

$$\mu' = \frac{0{,}0_4 4886}{1 + 0{,}0_3 181p} \qquad (5, a)$$

für die scheinbare Zusammendrückbarkeit des Wassers bei 0° in Jenaer Glas 16III und vom Werte

$$\nu = 0{,}0_5 225$$

für die Zusammendrückbarkeit dieses Glases abhängig. Oder, was auf dasselbe hinauskommt, vom Werte ν und vom Ausdrucke für die wirkliche mittlere Zusammendrückbarkeit μ des Wassers bei 0°:

$$\mu = \frac{0{,}0_4 4886}{1 + 0{,}0_3 183p} + 0{,}0_5 225. \qquad (10, a)$$

Es ist daher angemessen, die Zuverlässigkeit dieser Werte zu untersuchen.

Der von R. Straubel angegebene Wert $\nu = 0{,}0_5225$ ist nicht direkt beobachtet, sondern (aus guten Messungen) mit Hülfe der Elasticitätstheorie berechnet. Er ist daher nicht als absolut sicher zu betrachten, jedenfalls nicht bei hohen Drucken, weil solche bei den betreffenden Messungen nicht hergestellt wurden. Es ist jedoch zu bemerken, dass für den Poisson'schen Koeffizienten kein nur theoretisch begründeter Wert bei der Berechnung benutzt wurde, sondern dieser Koeffizient wurde selbst aus experimentellen Daten berechnet. Meiner Meinung nach ist daher der Wert $\nu = 0{,}0_5225$ als der wahrscheinlichste zu betrachten, so lange nicht ganz einwandfreie Messungen vorliegen, die demselben widersprechen.

Da die scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers im Glase 16^{III} mit genügender Genauigkeit bestimmt ist (siehe p. 26—27), so könnten wir den Wert ν sogleich prüfen, falls die absolute Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers mit Sicherheit bekannt wäre.

Sowohl Richards als Amagat haben Bestimmungen dieser Grösse vorgenommen, die nur auf direkten Beobachtungen fussen.[1])

Richards vergleicht zuerst die Zusammendrückbarkeit η des Quecksilbers mit der des Eisens und des Kupfers und bestimmt dann diese letzteren Grössen durch Messung der Längenverminderung von einem Eisen- und einem Kupferstabe bei allseitiger Druckzunahme. Das Dreifache der so erhaltenen linearen Zusammendrückbarkeit ist gleich der Volumen-Zusammendrückbarkeit des betreffenden Metalls, falls der benutzte Metallstab im Inneren vollständig isotrop war. Auf diesem Wege findet er zwischen 100 und 500 Bar, und, wenn ich richtig verstanden habe, für 20°, den Wert für Quecksilber: $\eta = 0{,}0_5379$. Unter denselben Verhältnissen ist infolge Gl. (8) $\eta' = 0{,}0_5167$, woraus $\nu = \eta - \eta' = 0{,}0_5212$ sich ergibt. Dieser Wert weicht ziemlich viel von dem von uns benutzten ab. Es ist aber nicht ganz ausgeschlossen, dass die mangelhafte Uebereinstimmung auf einem Fehler in dem Werte von η beruhen kann. Denn dieser Wert hängt, wie oben erwähnt, von der Annahme ab, dass die von Richards untersuchten Eisen- und Kupferstäbe im Inneren vollkommen isotrop waren. Nach der Aussage von Richards (l. c. p. 49) scheinen aber keine besonderen Vorsichtsmassregeln getroffen zu sein, um diese Anforderung zu verwirklichen.

Amagat fand aus zwei verschiedenen Messungsreihen zwischen 0 und 50 Atm. die Werte von η: $0{,}0_53904$ und $0{,}0_53933$, oder pro Bar $\eta = 0{,}0_53852$ und $\eta = 0{,}0_53881$. Diese Werte sind insofern zuverlässiger als der von Richards, als sie durch Vergleichung mit der Zusammendrückbarkeit des Piezometerglases gefunden sind. Die fertigge-

[1]) Th. W. Richards, The Compressibilities of the Elements and Their Periodic Relations. Carnegie Institution Publ. No. 76, 1907. Amagat, Annales de phys. et de chim. 6 ser. 22 p. 95 1891.

machten Glasapparate werden nämlich langsam gekühlt, um die Gefahr des nachträglichen Zerspringens zu vermeiden; und bei dieser Behandlung werden die Spannungen im Körper ausgeglichen, und das Glas wird isotrop. Die Zusammendrückbarkeit des Glases wurde von Amagat sorgfältig untersucht und zwar sowohl nach einer indirekten als nach der direkten Methode. Die Temperatur wird nicht von Amagat in seiner Abhandlung angegeben, aber Auerbach ist in der Lage, in der dritten Auflage von Landolt und Börnstein's Tabellen mitzuteilen, dass die Messung bei 0^0 gemacht wurde. Falls diese Angabe richtig ist, ergeben sich aus Gl. (8) $\eta' = 0{,}0_5 1635$ und für $\nu = \eta - \eta'$ die Werte $0{,}0_5 222$ und $0{,}0_5 225$, also sehr nahe dem von uns benutzten Wert. Wäre aber die Bestimmung von η bei etwa 15^0 gemacht, so würde der Wert von ν um $0{,}0_7 7$ niedriger ausfallen, also nicht weit von dem oben mit Hülfe von Richards berechneten Wert.[1])

[1]) Bemerkung bei der Korrektur. Nachdem das Manuskript schon zum Druck abgesandt worden war, schrieb ich an Herrn Amagat und erhielt von ihm die folgenden, gütigst gelieferten authentischen Mitteilungen:

Die betreffenden Messungen sind nicht bei 0°, sondern bei Zimmertemperatur ausgeführt. Die Zusammendrückbarkeit der einen der benutzten Glassorten (le „verre") wurde bei 15°, und die scheinbare Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers in einem Piezometer aus solchem Glas bei 16° bestimmt. Die erstere Grösse ändert sich nicht merkbar zwischen diesen beiden Temperaturen, und der Wert $\eta = 0{,}0_5 3852$ bezieht sich daher auf die Temperatur 16°. Die Zusammendrückbarkeit der zweiten Glassorte (le „cristal") wurde bei 22° untersucht. Die Temperatur bei der entsprechenden Messung mit Quecksilber kann nunmehr nicht genau angegeben werden, kann aber vom Werte 22° nicht sehr verschieden gewesen sein. Der Wert $\eta = 0{,}0_5 3881$ bezieht sich mithin ungefähr auf die Temperatur 22°. Bei den Temperaturen 16° und 22° und für das Druckintervall 0 bis 50 Bar ergibt sich aus Gl. (8): $\eta' = 0{,}0_5 1705$ bzw. $\eta' = 0{,}0_5 1732$. Man findet daher aus beiden von Amagat ausgeführten Messungen fast genau denselben Wert für die Zusammendrückbarkeit des Glases 16^{III}, nämlich $\nu = 0{,}0_5 215$.

Auch die Messungen von Richards stimmen also in vorzüglicher Weise mit denen von Amagat überein, um so mehr als der unbedeutende Unterschied zwischen den Werten $\nu = 0{,}0_5 212$ und $\nu = 0{,}0_5 215$ zum Teil von den verschiedenen Druckintervallen (100 – 500 Atm. bei Richards und 0—50 Atm. bei Amagat) abhängen kann. Der Zweifel, den ich gegen die von Richards gewonnenen Resultate erhoben habe, scheint daher in Wirklichkeit unberechtigt zu sein. Dagegen ist der von Straubel angegebene und von mir benutzte Wert $\nu = 0{,}0_5 225$ wahrscheinlich um $0{,}0_6 1$ zu hoch.

Hierdurch wird unser Wert für die wirkliche Zusammendrückbarkeit des destillierten Wassers bei 0° wohl nicht wesentlich beeinflusst. Für die scheinbare Zusammendrückbarkeit bekommen wir aber Werte, die wegen des obenerwähnten Fehlers in ν um etwa 2 oder 3 Tausendstel zu klein sind; und dasselbe gilt dann auch in Bezug auf die Unterschiede in Zusammendrückbarkeit zwischen Wasser von verschiedenen Temperaturen oder Salzgehalten. Wie im folgenden erwähnt wird, kann die Gleichung (5, a) auch wegen der Unsicherheit des Amagat, schen Druckmessers Fehler von ungefähr derselben Grösse enthalten, und zwar — mit überwiegender Wahrscheinlichkeit — von solchem Vorzeichen, dass sie die Wirkung haben, die Werte von μ' zu gross zu machen. Da der Fehler in ν in

Amagat gibt die Zusammendrückbarkeit der von ihm benutzten Glassorten bei verschiedenen Drucken an. Die Abnahme der mittleren Zusammendrückbarkeit mit wachsendem Druck war viel grösser für „Kristall" als für „Glas", aber selbst in dem ersteren Falle war ν nur um $0,0_7 5$ kleiner für $p = 2000$ als für $p = 500$.

Wir können daher den Wert $\nu = 0,0_5 225$ unter allen Umständen bis auf eine Einheit in der siebenten Dezimalstelle als richtig annehmen. (Vergleiche Anm. 1 auf der vorigen Seite).

Unter den verschiedenen Bestimmungen der Zusammendrückbarkeit des Wassers verdient wohl die von Amagat das grösste Zutrauen, jedenfalls insofern es auf die Genauigkeit der Druckmessungen ankommt. Die auf p. 9 erwähnte Differenz zwischen seinen Ergebnissen unterhalb und oberhalb 1000 Atm. lässt jedoch vermuten, dass nur die drei ersten Ziffern des Zählers in Gl. (5, a) als zuverlässig betrachtet werden können, selbst wenn die bei der Berechnung benutzten Messungen (unterhalb 1000 Atm.) erheblich genauer sind als die nicht benutzten (oberhalb 1000 Atm.).

Tait benutzte ein „Manomètre à pistons libres" von derselben Konstruktion wie Amagat. Er fand für Brunnenwasser Werte von μ, die bei 150, 300 und 450 Atm. bzw. $\frac{1}{2}$, 1 und 1 in der siebenten Dezimalstelle kleiner sind als nach Gl. (10, a). Tait's Werte von μ sind nur mit 7 Dezimalstellen berechnet.

Richards benutzte als Druckmesser ein Federmanometer, das von den Fabrikanten Schäffer und Budenberg zu Magdeburg geprüft worden war. Er führt zur Vergleichung mit Amagat die folgenden zwei Werte an, die Mittelwerte aus seinen besten Beobachtungen sind, und sich auf 20^0 beziehen, nämlich zwischen 100 und 300 Kg/cm² $0,0_4 4252$ und zwischen 300 und 500 Kg/cm² $0,0_4 3958$. In beiden Fällen ist das Volumen des Wassers bei Atmosphärendruck die Einheit, in welcher die Kompression gerechnet wird. Richards hat bei der Berechnung dieser Resultate nicht die genaue Relation zwischen wirklicher und scheinbarer Zusammendrückbarkeit (Gl. 2, b) benutzt[1]).

der entgegengesetzten Richtung wirkt, so vergrössert er daher nicht die Unsicherheit der Endresultate; und ich habe es unter solchen Verhältnissen nicht für notwendig gehalten, die Formeln und Tabellen unter Anwendung des Wertes $\nu = 0,0_5 215$ von neuem zu berechnen.

Aus Gl. (8), aus dem Werte $\nu = 0,0_5 215$ und aus dem von Winkelmann beobachteten Temperaturkoeffizienten für das Glas 16^{III} (vergl. p. 8) erhält man für die wirkliche mittlere Zusammendrückbarkeit η des Quecksilbers bei $t°$ und zwischen 0 und p Bar den folgenden Ausdruck:

$$\eta = 10^{-8} (379 - 0{,}01\ p + 0{,}45 t).$$

[1]) Die Gleichung (3):

$$\beta = \frac{(w - w')(1 - \beta' P_1) D}{13{,}546\ W (P_1 - P_2)} + \beta'.$$

in „New Method for determining Compressibility" gilt, falls β und β' die schein-

Wird dies gemacht, so findet man aus seinen Beobachtungen die Werte $\mu = 0{,}0_4 4248$ zwischen 100 und 300 Kg/cm² und $\mu = 0{,}0_4 3950$ zwischen 300 und 500 Kg/cm².

Berechnen wir nun aus Gl. (10) die entsprechenden Werte, auch mit Kg/cm² als Druckeinheit, so finden wir bzw. $0{,}0_4 4252$ und $0{,}0_4 4009$. Der von RICHARDS benutzte Druckmesser würde mithin zwischen 100 und 300 mit AMAGAT's Manometer fast genau übereinstimmen, dagegen würden seine Intervalle zwischen 300 und 500 um etwa 1,5 % grösser als die von AMAGAT sein.

Aus einigen meiner eigenen Beobachtungen erhielt ich bei Benutzung des SCHÄFFER und BUDENBERG-Manometers die folgenden Mittelwerte von μ' (pro Bar gerechnet) $0{,}0_4 473$, $0{,}0_4 456$, $0{,}0_4 4385$ zwischen 0 und bzw. 200, 400, 600 Bar, während Gl. (9) die Werte $0{,}0_4 4716$, $0{,}0_4 4552$, $0{,}0_4 4401$ gibt. Diese Beobachtungen zeigen mithin annähernd dieselben Abweichungen von AMAGAT's Messungen, wie die von RICHARDS gefundenen.[1]) Dies war ja auch zu erwarten, da die von ihm und von mir benutzten Manometer durch Vergleichung mit einem und demselben Normaldruckmesser geprüft worden sind.

Die in Abt. II beschriebenen Messungen zur See geben einen nicht ganz wertlosen Beitrag zu der Kontrolle. Die fetten Zahlen in der achten Kolonne von Tab. 3 geben die aus den Beobachtungen berechneten Werte von μ' für destilliertes Wasser an. Diese Zahlen beziehen sich auf die Temperaturen und Drucke, die in der fünften und der sechsten Kolonne mit fettem Druck aufgeführt sind. Die zwei letzten Dezimalen der entsprechenden aus Gl. (9) berechneten Werte sind daneben innerhalb Klammern angeführt. Man sieht, dass die beobachteten Werte von μ' durchweg um etwa $0{,}0_6 1$, also um 2 oder 3 Tausendstel kleiner sind als die berechneten. Dieser Unterschied ist doch nicht viel grösser als der mögliche Fehler bei der Tiefenmessung, selbst wenn die Lotleine vollkommen senkrecht gehangen hat. Dazu kommt noch der Umstand, dass die Leine von Meeresströmungen in der Tiefe in schiefe Stellung gebracht worden sein kann, und in diesem Falle wird der beobachtete Wert von μ' immer zu klein herauskommen.

bare Zusammendrückbarkeit des Wassers bzw. des Quecksilbers bedeuten. Werden aber mit β und β' die entsprechenden wirklichen Zusammendrückbarkeiten verstanden, so muss die Gleichung die folgende Form annehmen:

$$\beta = \frac{(w-w')(1-\beta' P_1)D}{13{,}546\, W(P_1 - P_2)} \cdot [1 - \beta''(P_1 - P_2)] + \beta',$$

wo β'' die Zusammendrückbarkeit des Glases ist.

[1]) Die Übereinstimmung würde noch besser sein, falls bei den Berechnungen der Wert $\nu = 0{,}0_5 215$ statt $\nu = 0{,}0_5 225$ benutzt worden wäre.

Sämtliche Messungen, die zur Kontrolle der Gleichung (5, a) herangezogen sind, geben also etwas kleinere Werte von μ', jedenfalls bei den höheren Drucken. Ich bin nichtsdestoweniger geneigt, den Amagat'schen Messungen, aus denen Gl. (5, a) berechnet wurde, den grösseren Wert beizulegen, und behalte daher diese Gleichung unverändert bei. Infolge des beinahe übereinstimmenden Zeugnisses sämtlicher angeführten Messungen würde der eventuelle Fehler in μ' für Drucke bis 500 Bar (5000 m Wassertiefe) höchstens 3 Tausendstel des Wertes betragen. Nach dem, was an p. 10 gesagt wurde, gestattet daher Gl. (5, a) die Unterschiede in Zusammendrückbarkeit bis auf 3 Tausendstel genau zu berechnen. Dies mag für alle vorliegenden ozeanographischen Zwecke mehr als genug sein.

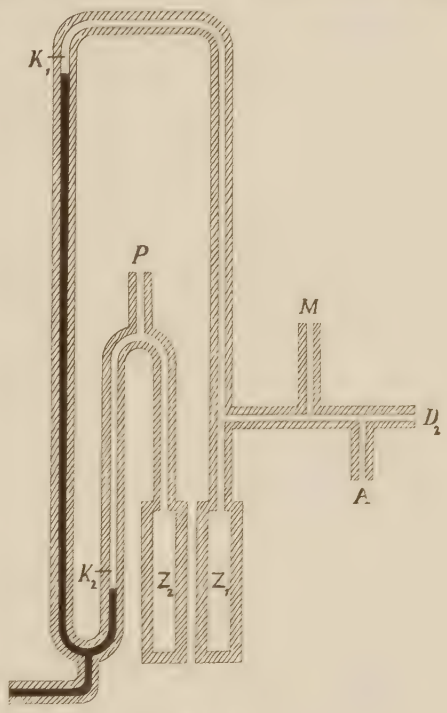

Fig. 8.

Für andere Zwecke kann eine genauere Kenntniss der wirklichen oder der scheinbaren Zusammendrückbarkeit von Bedeutung sein. Die Kenntnis der letzteren Grösse würde im Besonderen — nach der oben beschriebenen Methode — die genaue Messung beliebig hoher Drucke ermöglichen. Die nötige Bestimmung der scheinbaren Zusammendrückbarkeit kann nach einer Methode ausgeführt werden, die mit der oben beschriebenen vieles gemeinsam hat; und ich benutze die Gelegenheit, dieselbe vorzuschlagen. Die Anordnung bei den Messungen ist in Fig. 8 angedeutet. Z_1 und Z_2 sind zwei Druckgefässe, in welche die Piezometer P_1 und P_2 hineingesetzt werden sollen. K_1 und K_2 sind isolierte elektrische Kontaktstellen, die in etwa 20,5 m vertikalem Abstand in den beiden Zweigen eines mit Quecksilber und Wasser gefüllten Steigrohres eingesetzt sind. Der Höhenunterschied zwischen K_1 und K_2 muss genau gemessen werden. Die Berührung zwischen dem Quecksilber und der einen oder anderen Kontaktstelle wird je für sich elektrisch signalisiert. P führt zu einer Cailletet-Pumpe mit Druckschraube und Abflusshahn, D_1 und D_2 zu Druckschrauben, A zu einem Abflusshahne und M zu einem empfindlichen Differenz-Mano-

meter. Die Piezometer werden zuerst mit Wasser und so viel Quecksilber gefüllt, dass die Kontakte e (Fig. 4) in P_1 bei wenig oberhalb Atmosphärendruck und in P_2 bei ungefähr 25 Atm. unterbrochen werden. P_1 wird in Z_1 und P_2 in Z_2 hineingesetzt. Mit A offen wird mittels P gepumpt bis — eventuell nach Ein- oder Ausschrauben von D_1 — das Quecksilber gleichzeitig K_1 und K_2 berührt. Der Druckunterschied zwischen Z_1 und Z_2 ist denn ungefähr 25 Atm. und genau bekannt. Mit A geschlossen wird nun mittelst der Schraube D_1 der Druck verändert, so dass abwechselnd in P_1 und P_2 der Kontakt e unterbrochen wird, und die nötigen Druckänderungen werden an M abgelesen, ebenso wie der Unterschied zwischen denselben und dem Atmosphärendruck. Danach wird mehr Quecksilber in P_1 eingegossen, so dass der Kontakt e bei ungefähr 50 Atm. unterbrochen wird; P_1 wird in Z_2 und P_2 in Z_1 hineingesetzt. Durch angemessenes Manövrieren von P, A, D_1 und D_2 erreicht man, dass bei Schrauben mit D_1 die Kontakte K_1 und K_2 wieder gleichzeitig, e_1 und e_2 beinahe gleichzeitig, geschlossen oder unterbrochen werden. Der letztere Kontakt wird aber bei genau demselbem Drucke unterbrochen wie bei der ersten Messung. Indem man in dieser Weise abwechselnd in P_1 und in P_2 neues Quecksilber eingiesst, addiert man Drucke zusammen, die in leicht verständlicher Weise berechnet werden können, wenn die Dichte des Quecksilbers und des Wassers (im Steigrohre) bei den verschiedenen Drucken mit genügender Genauigkeit bekannt sind. Die entsprechenden Zuwachse der scheinbaren Kompression werden aus den eingegossenen Quecksilbermengen berechnet.

Die Zusammendrückbarkeit des Meerwassers.

Die in Tab. 9 enthaltenen Messungsergebnisse sind alle in einer Weise benutzt worden, die weiter unten beschrieben werden soll, wobei die Zahlen in der ersten Zeile von Tab. 9 als Beispiel gewählt werden.

Zuerst wird aus der vierten Kolonne der Druck p berechnet, indem Gl. 6 (p. 10) als richtig vorausgesetzt wird. In der ersten Zeile wird aus dem Werte $M' = 0{,}0094190$ der Druck $p = 199{,}74$ gefunden. Indem die vierte, fünfte und sechste Kolonne mit p dividiert werden, bekommt man drei Werte von μ', nämlich μ'_0, μ'_A, μ'_B bzw. für destilliertes Wasser bei 0^0 und für Seewasser A und Seewasser B bei t^0. Man findet in der ersten Zeile $\mu'_0 - \mu'_A = 0{,}0_5 3860$ und $\mu'_0 - \mu'_B = 0{,}0_5 4728$. Diese Unterschiede muss man infolge Gl. (2, b) mit $1 - p\nu = 1 - 0{,}0_5 225p$ multiplizieren, um die Unterschiede $\mu_0 - \mu_A$ und $\mu_0 - \mu_B$ zwischen den entsprechenden wirklichen Zusammendrückbarkeiten zu erhalten. Es ergibt sich dabei $\mu_0 - \mu_A = 0{,}0_5 3858$, $\mu_0 - \mu_B = 0{,}0_5 4726$.

In dem vorliegenden Falle (8. Nov.) war das Seewasser A in Piezometer 2 und das Seewasser B in Piezometer 3 enthalten. Am

22. Nov. war das Verhältnis umgekehrt; und in diesem Falle wird bei 200 Bar ein grösserer Wert von $\mu_0 - \mu_A$, dagegen ein kleinerer Wert von $\mu_0 - \mu_B$ als die oben gegebenen gefunden. Es wurde in der Tat immer ein grösserer Wert von μ' gefunden, wenn Piez. 2 als wenn Piez. 3 benutzt wurde, und der Unterschied beträgt im Mittel $0{,}0_7 16$. Dieser Unterschied lässt sich nicht durch einen Fehler bei der Bestimmung der Piezometervolumina erklären, da ja die Ausmessung derselben zweimal vorgenommen wurde, und die Übereinstimmung genügend war (siehe Tab. 4). Ein Unterschied im Salzgehalt der Wasserproben, der die Differenz erklären könnte, ist gleichfalls ausgeschlossen. Denn die Wasserproben wurden nach Beendigung jeder Messungsreihe unter nötigen Vorsichtsmassregeln aus den Piezometern herausgenommen, und es wurde durch Titration nachgeprüft, dass die Chlorgehalte die richtigen waren. Es muss daher angenommen werden, dass die Zusammendrückbarkeit des Glases in den zwei Piezometern verschieden ist. Ein solcher Unterschied, wenn auch von vornherein unwahrscheinlich, kann doch möglicherweise durch verschiedene Behandlung bei der künstlichen Älterung entstehen. Um den Unterschied festzustellen, wurde die scheinbare Zusammendrückbarkeit η' des Quecksilbers bei 0^0 mehrmals gleichzeitig in allen drei Piezometern gemessen. Die Vermutung wurde bei diesen Messungen bestätigt, indem sich η' immer in Piezometer 2 grösser als in Piez. 3 erwies. Die Grössen der gefundenen Unterschiede sind zwar nicht ganz ausreichend, um die besprochenen Unterschiede in μ' zu erklären, und die Einzelwerte stimmen auch nicht sehr gut mit einander überein. Im Mittel wurde η' in Piez. 1 um $0{,}0_8 8$ kleiner als in Piez. 2 und um $0{,}0_8 2$ grösser als in Piez. 3 gefunden. In den folgenden Berechnungen sollen aber statt dessen die Unterschiede $0{,}0_7 11$ und $0{,}0_8 5$ angenommen werden, die am besten mit den aus Tab. 9 berechneten Werten von μ' übereinstimmen. (Es ist zu bemerken, dass nur der Unterschied in Zusammendrückbarkeit zwischen den Piezometern 2 und 3 von Bedeutung ist, dagegen nicht ein geringer Unterschied zwischen Piez. 1 und den übrigen. Der letztere Unterschied wird nur einen konstanten Fehler in der Zusammendrückbarkeit des Seewassers herbeiführen).

Wir haben also die Werte von $\mu_0 - \mu_A$ und $\mu_0 - \mu_B$ um $0{,}0_7 11$ zu vergrössern oder um $0{,}0_8 5$ zu vermindern, je nachdem Piez. 2 oder Piez. 3 benutzt wurde. Im dem als Beispiel behandelten Falle muss $\mu_0 - \mu_A$ vergrössert und $\mu_0 - \mu_B$ vermindert werden, also: $\mu_0 - \mu_A = 0{,}0_5 3869$; $\mu_0 - \mu_B = 0{,}0_5 4721$. In ähnlicher Weise wurden für alle in Tab. 9 enthaltenen Drucke und Temperaturen die Werte von $\mu_0 - \mu_A$ und $\mu_0 - \mu_B$ berechnet. Aus diesen Werten wurden dann die folgenden Ausdrücke berechnet:

$$\left.\begin{aligned} 10^9(\mu_0 - \mu_A) &= 4076 + 291{,}5t - 5{,}63t^2 + 0{,}04t^3 \\ &\quad - \frac{p}{1000}[957 + 97{,}7t - 1{,}64t^2] + \frac{15p^2t}{1000000} \\ 10^9(\mu_0 - \mu_B) &= 4954 + 275{,}3t - 5{,}39t^2 + 0{,}04t^3 \\ &\quad - \frac{p}{1000}[1150 + 92{,}5t - 1{,}52t^2] + \frac{15p^2t}{1000000} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Sie beziehen sich auf Seewasser, für das σ_0 bzw. gleich 25,01 und 30,97 ist. Für destilliertes Wasser ist $\sigma_0 = -0{,}13$ und μ ist durch Gl. (10) gegeben. Aus diesen Ausdrücken und aus dem Werte von μ_0:

$$10^8\mu_0 = \frac{4886}{1 + 0{,}0_3183p} + 225 \quad (10, a)$$

wurde der folgende Ausdruck für μ als Funktion von p, t und σ_0 ermittelt, nämlich:

$$\begin{aligned} 10^8\mu = {} & \frac{4886}{1 + 0{,}0_3183p} - [227 + 28{,}33t - 0{,}551t^2 + 0{,}004t^3] \\ & + \frac{p}{1000}[105{,}5 + 9{,}50t - 0{,}158t^2] - \frac{1{,}5p^2t}{1000000} \\ & - \frac{\sigma_0 - 28}{10}[147{,}3 - 2{,}72t + 0{,}04t^2 - \frac{p}{1000}(32{,}4 - 0{,}87t + 0{,}02t^2)] \\ & + \frac{(\sigma_0 - 28)^2}{100}[4{,}5 - 0{,}1t - \frac{p}{1000}(1{,}8 - 0{,}06t)] \quad .. \quad ..... \quad (12) \end{aligned}$$

Der Ausdruck ist so berechnet, dass er in der Nähe von $\sigma_0 = 28$ die Werte von μ mit grösstmöglicher Genauigkeit darstellen soll. Zu diesem Zwecke wurden zuerst die drei ersten Zeilen mit Hülfe von Gl. (10 a) und (11) berechnet. Dann wurde das Glied in $(\sigma_0 - 28)^2$ hinzugefügt, so dass μ für $\sigma_0 = -0{,}13$ sich an die Gleichung (10) anpassen sollte. Zuletzt wurden die von σ_0 unabhängigen Glieder verbessert, um den ganzen Ausdruck wieder mit Gl. (11) in Übereinstimmung zu bringen.

Die nachstehenden Tabellen 12, 13, 14 geben die Unterschiede $p\bar{\mu} - p\mu$ oder $\bar{\mu} - \mu$ an, wo $\bar{\mu}$ unmittelbar oder mittelbar aus den einzelnen Beobachtungen berechnete, μ dagegen aus Gl. 12 berechnete Werte der Zusammendrückbarkeit zwischen 0 und p Bar bedeuten.

Tab. 12 bezieht sich auf die im Laboratorium ausgeführten Beobachtungen mit Seewasser. Die Temperaturen und Drucke sind mit abgerundeten Zahlen angegeben. Als Reihe 1 bzw. 2 sind die Messungen bezeichnet, bei denen das Seewasser A in Piez. 2 bzw. in Piez. 3 enthalten war. Die Werte von $\bar{\mu}$ wurden aus Tab. 9 berechnet in derselben Weise, wie beim Ableiten der Gleichung (12).

Aus der ersten Zeile von Tab. 9, z. B. findet man, wie oben beschrieben, $p = 199{,}74$; $\mu_0 - \bar{\mu}_A = 0{,}0_5 3869$; $\mu_0 - \bar{\mu}_B = 0{,}0_5 4721$. Infolge Gl. (10, a) ist für denselben Wert von p: $\mu_0 = 0{,}0_4 49387$ und also $\bar{\mu}_A = 0{,}0_4 45518$; $\bar{\mu}_B = 0{,}0_4 44666$. Aus Gl. (12) ergibt sich für die entsprechenden Werte von p, t und σ_0 bzw. $\mu_A = 0{,}0_4 45501$ und $\mu_B = 0{,}0_4 44662$. Es ist also $\bar{\mu}_A - \mu_A = +0{,}0_7 17$; $\bar{\mu}_B - \mu_B = 0{,}0_8 4$, und ferner, $10^6 \times (p\bar{\mu}_A - p\mu_A) = +3$; $10^6 \times (p\bar{\mu}_B - p\mu_B) = +1$, wie in Tab. 12 erste Zeile, 3te und 6te Kolonne angegeben wird.

Tab. 12. $10^6 \times (p\bar{\mu} - p\mu)$

t	Reihe	Seewasser A;			Seewasser B;		
		200 Bar	400 Bar	600 Bar	200 Bar	400 Bar	600 Bar
0°	1	+3	+1	0	+1	0	0
0°	2	−3	+1	−1	−1	+2	−1
5°	2	−1; −3	0; −1	−2; +1	+1; −4	+4; −2	+3; 0
					(+7)	(+10)	(+9)
10°	1	0; −1	−1; 0	0; +1	−1; +2	0; +4	+3; +5
10°	2	0; −1	0; +4	−1; +3	0; −1	−1; +3	0; +3
15°	2	−1; +4	−9; +9	−3; +2	0; +1	−7; +5	−4; −1
					(+22)	(+15)	(+18)
20°	1	0; −1	+1; 0	−4; 0	−1; −2	+4; 0	+2; 0
		(+13)	(+14)	(+9)			
20°	2	0; 0	−7; −2	0; +1	+2; 0	−5; −2	+2; 0

Wenn das für Beobachtung bei ung. Atmosphärendruck gefüllte Piezometer beim Hineinsenken in den Druckzylinder einen auch nur gelinden Stoss erfuhr, so konnte es geschehen, dass ein kleiner Quecksilbertropfen durch die Öffnung e in das Gefäss B hereingespritzt wurde und sich nicht während der Beobachtung mit der übrigen Quecksilbermenge vereinigte. Wo die Ergebnisse einen solchen Fehler andeuten, wurde das Volumen bei Atmosphärendruck durch Extrapolation aus den Beobachtungen bei 200, 400 und 600 Bar berechnet. Es wurden also die „beobachteten" Werte der Kompression bei 200, 400 und 600 Bar nicht unverändert aus Tab. 9 genommen, sondern diese sind zuerst alle um eine und dieselbe Grösse vermehrt. Die Werte von $10^6 \times (p\bar{\mu} - p\mu)$, die herauskommen, wenn die scheinbare Kompression unverändert aus Tab. 9 genommen wird, sind in Tab. 12 beineben in Klammern eingetragen.

Tab. 13 zeigt für destilliertes Wasser ($\sigma_0 = -0{,}13$) in ähnlicher Weise die Unterschiede $p\bar{\mu} - p\mu$ an, wo $\bar{\mu}$ aus Gl. (10) und μ aus Gl. (12) berechnet sind. Dass die Übereinstimmung hier weniger genau ist, als bei den Seewasserproben A und B (Tab. 12), beruht darauf, dass im Koeffizienten für $(\sigma_0 - 28)^2$ in Gl. (12) quadratische Glieder in t nicht mitgenommen wurden.

Tab. 13
$10^6 \times (p\bar{\mu} - p\mu)$ für destilliertes Wasser.

Bar	$t = 0°$	$t = 5°$	$t = 10°$	$t = 15°$	$t = 20°$
200	+ 4	− 2	− 5	− 5	0
400	+ 8	− 5	− 11	− 9	− 1
600	+ 11	− 8	− 16	− 14	− 2

Der so entstandene Fehler in Gl. (12) ist für ozeanographische Zwecke vollständig bedeutungslos, und zwar aus folgenden Gründen: 1) Er wird für wirkliches Seewasser kleiner in ungefähr demselben Verhältnisse wie der Druck und wie das Quadrat von $(28 - \sigma_0)$. 2) Werte von σ_0, die um mehr als drei oder vier von 28 abweichen, kommen nur in mässigen Tiefen vor (p kleiner als etwa 100). 3) Wo kleinere Werte von σ_0 als etwa 25 vorkommen, ist die Bestimmung der 6ten Dezimalstelle des spezifischen Volumens im allgemeinen zwecklos wegen der verhältnismässig grossen Inhomogenität der Wasserschichten. 4) Ausserdem würde eine genauere Anpassung der Gleichung (12) an die Messungsergebnisse für destilliertes Wasser ohne Zweifel illusorisch sein, weil die Zusammensetzung von Seewasser sehr verschiedener Saltzgehalte nicht genau ein und dieselbe ist.

In Tab. 14 werden die Ergebnisse der Messungen zur See mit Gl. (12) verglichen. Der 7ten Kolonne in Tab. 3 wurden zu diesem Zwecke die Unterschiede zwischen der scheinbaren Kompression des reinen Wassers und der verschiedenen Seewasserproben entnommen. Durch Dividieren derselben mit dem Drucke wurden die entsprechenden Unterschiede in scheinbarer Zusammendrückbarkeit abgeleitet und in der 8ten Kolonne eingetragen. So z. B. wurden aus den Messungen am 21. Mai in dieser Weise die Werte $0{,}0_5121$, $0{,}0_5226$, $0{,}0_5340$ berechnet. Diese Zahlen stellen — bis auf Grössen, die bei der hier benutzten Anzahl von Dezimalstellen nicht in Betracht kommen — auch die Unterschiede der wirklichen Zusammendrückbarkeit dar. Sie beziehen sich auf Seewasserproben von bzw. 6,66 ‰, 13,08 ‰ und 19,39 ‰ Chlorgehalt, und hieraus ergeben sich gemäss M. Knudsen's Tabellen die Werte $\sigma_0 = 9{,}67$, $\sigma_0 = 18{,}99$, $\sigma_0 = 28{,}15$. Die mittlere Zusammendrückbarkeit des reinen Wassers bei derselben Temperatur und Druck ($t = 12°{,}90$; $p = 152{,}0$) wird aus Gl. (10) gefunden und ist $0{,}0_44620$. Werden von diesem Werte die oben ermittelten Unterschiede abgezogen, so findet man für die verschiedenen Seewasserproben bzw. $0{,}0_44499$, $0{,}0_44394$, $0{,}0_44280$. Aus Gl. (12) wird für die Werte von t, p und σ_0, die den Messungen am 21. Mai entsprechen, bzw. $0{,}0_44496$, $0{,}0_44381$, $0{,}0_44273$ gefunden. Werden diese mit den beobachteten Werten verglichen, so ergeben sich die Unterschiede + 3, + 13, + 7 in der 8ten Dezimalstelle. Sie sind in der ersten Zeile in

Tab. 14 zu finden. Die übrigen Zahlen in dieser Tabelle sind in ähnlicher Weise berechnet; die zugehörigen Werte von t, p und σ_0, die über den Kolonnen stehen, sind in abgerundeten Zahlen angegeben.

Tab. 14 $10^8 \times (\bar{\mu} - \mu)$

$t = 12°,9$; $p = 150$ / $p = 114$			$t = 13°,1$; $p = 260$			$t = 3°,1$; $p = 260$			$t = 2°,5$; $p = 460$ / $p = 410$		
σ_0=10	σ_0=19	σ_0=28	σ_0=10	σ_0=19	σ_0=28	σ_0=10	σ_0=19	σ_0=28	σ_0=10	σ_0=19	σ_0=28
+3	+13	+7	+8	+4	+4	+3	+3	+9	+2	+2	+1
−6	−2	+2	0	+7	+4	−3	−1	−3	+1	+16	+4
0	−2	+2	−1	−1	+14	+9	+4	+2	+3	+3	+5
0	−1	+3	−9	−9	−8	0	−1	0	+2	+4	+2
+2	+1	+3									
+9	+9	+4									

Multipliziert man die in Tab. 14 zusammengestellten Differenzen mit den zugehörigen Werten von p, so ergibt sich aus ihrer Unregelmässigkeit, dass bei den Messungen zur See selbst die fünfte Dezimalstelle des spezifischen Volumens oftmals nur annähernd bestimmt werden konnte. Der Grund hierzu liegt wahrscheinlich darin, dass das Quecksilber tropfenweise vom Gefäss B ins Gefäss A hineindrang.

Was die systematischen Abweichungen zwischen den Messungsergebnissen zur See und im Laboratorium anbetrifft, so ist aus Tab. 14 nur ein kleiner konstanter Unterschied ersichtlich (ein Paar Einheiten in der 8ten Dezimalstelle), der für ozeanographische Anwendungen bedeutungslos ist. Die Messungen zur See ergaben im Mittel für das Seewasser eine grössere Zusammendrückbarkeit als bei den Laboratorium-Versuchen gefunden wurde. Dies kann zum Teil auf der Beschaffenheit der für die Messungen zur See benutzten Wasserproben beruhen. Wie schon erwähnt, war nämlich das Auskochen derselben zu weit getrieben, so dass ein Teil der Karbonate herausfiel.

Die Zusammendrückbarkeitsmessungen von Tait wurden mit Wasser ausgeführt, für das σ_0 ungefähr gleich 27,6 war (zwischen 27,3 und 27,9). Die von ihm für dieses Wasser gefundene Formel lautet, nach Einführen unserer Einheit „Bar“:

$$10^7 \times \mu = 475 - 0{,}136p + 0{,}000093p^2 - 3{,}36t + 0{,}035t^2 + \frac{p}{1000}(1{,}44t + 0{,}03t^2) - \frac{p^2 t}{1000000}.$$

Um diesen Ausdruck mit Gl. (12) zu vergleichen, wird in (12) der Wert $\sigma_0 = 27{,}6$ eingesetzt, das Resultat wird von dem obenstehenden Ausdruck abgezogen, und der Unterschied mit p multipliziert. In dieser Weise findet man die in Tab. 15 zusammengestellten Unterschiede zwischen Tait's Resultaten und den meinigen:

Tab. 15.
$10^5 p\mu$: TAIT minus CENTRAL-LAB.

p	$t=0°$	$t=5°$	$t=10°$	$t=15°$
200	0	− 5	− 10	− 17
400	− 8	− 16	− 25	− 34
600	+ 15	+ 1	− 9	− 17

Man sieht hieraus, dass TAIT's Kompressibilitätsgleichung die vierte Dezimalstelle des spezifischen Volumens nur mit annähernder Richtigkeit wiedergibt.

Zusammenfassung

Die Gleichung (12) stellt das Endergebnis der vom Centrallaboratorium ausgeführten Messungen dar, und aus derselben Gleichung sind Tabellen berechnet worden, die als eine selbständige Schrift erscheinen werden. Die Genauigkeit dieser Gleichung muss verschieden geschätzt werden, je nachdem bei einem bestimmten Druck die absolute spezifische Volumenverminderung des Seewassers oder die Unterschiede dieser Verminderung bei verschiedenen Temperaturen und Salzgehalte gesucht werden. Im ersten Falle kommt es wesentlich auf die Genauigkeit des Hauptgliedes (Gleichung 10, a) an, da dieses das am wenigsten genaue ist. Ich schätze, dass der Fehler nicht 3 ‰ des ganzen Betrages dieses Gliedes übersteigt. Der aus (12) berechnete Wert der spezifischen Volumenverminderung sollte mithin in 1000 m Tiefe bis auf eine Einheit in der fünften Dezimalstelle, in 10000 m Tiefe bis auf eine Einheit in der vierten Dezimalstelle richtig sein.

Im zweiten Falle kommt es teils auf die aus AMAGAT's Messungen berechnete Gleichung (6), teils auf meine eigenen Messungen an. Der mögliche Fehler der ersteren führt Fehler mit sich, die in sämtlichen Gliedern in Gl. (12) mit ungefähr derselben prozentischen Grösse wie im Hauptgliede auftreten. Diese Fehler können also höchstens etwa 3 Tausendstel der Grössen der einzelnen Glieder betragen. Dazu kommen die Fehler, die auf der Ungenauigkeit meiner eigenen Messungen beruhen. Die mögliche Grössenordnung dieser Fehler kann mit Hülfe von Tab. 12 geschätzt werden. Nimmt man für jeden Druck, Temperatur und σ_0-Wert den Mittelwert der Zahlen in dieser Tabelle, so erhält man die folgende Tabelle von Mittelwerten:

Tab. 16; $10^6 \times (p\bar{\mu} - p\mu)$

t	Seewasser A			Seewasser B		
	200 Bar	400 Bar	600 Bar	200 Bar	400 Bar	600 Bar
0	0	+1	−0,5	0	+1	−0,5
5	−2	−0,5	−0,5	−1,5	+1	+1,5
10	−0,5	+1	+1	0	+1,5	+3
15	+1,5	0	−0,5	+0,5	−1	−2,5
20	0	−2	−1	0	−1	+1

Diese 30 Mittelwerte sind möglichst klein gemacht durch angemessene Wahl von 12 der Koeffizienten in Gl. (12). (Die übrigen 6 Koeffizienten sind aus den Beobachtungen an destilliertem Wasser berechnet worden.) Die Anzahl der beobachteten Mittelwerte ist also mehr als doppelt so gross wie die der aus denselben berechneten Koeffizienten. Unter Berücksichtigung dieses Umstandes schliesse ich aus Tab. 16, dass bei jedem der Werte $t = 0, 5, 10, 15, 20$; $p = 200, 400, 600$; $\sigma_0 = 25{,}01$ und 30,97, die aus Gl. (12) berechnete Kompression μp bis auf eine Einheit in der sechsten Dezimalstelle des spezifischen Volumens richtig herauskommt, insofern nur die von der Ungenauigkeit meiner eigenen Messungen abhängigen Fehler berücksichtigt werden. Man kann dann auch mit grosser Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die bezüglichen Fehler in den „Ableitungen"

$$\frac{\partial(p\mu)}{\partial t} \text{ und } \frac{\partial(p\mu)}{\partial \sigma_0}$$

kleiner sind als $\frac{2}{5} \times 10^{-6}$ bzw. $\frac{2}{6} \times 10^{-6}$. Im Falle eines mittleren Druckes von 400 Bar sind die Ableitungen selber von den Grössenordnungen 60×10^{-6} bzw. 50×10^{-6}, und die mögliche Grenze des prozentischen Fehlers ist mithin etwa 1/150. Wird hierzu der obengenannte Fehler gefügt, der durch die Ungenauigkeit der Gleichung (6) verursacht werden kann, so findet man schliesslich als wirkliche Fehlergrenze: 1/100. D. h. die Unterschiede zwischen den spezifischen Volumenabnahmen, die Wasser von verschiedenen Temperaturen oder von verschiedenen Salzgehalten bei einem und demselben Drucke erfahren, können aus Gl. (12) bis auf 1 % genau berechnet werden.

NB. Une **LISTE DES PUBLICATIONS** du Conseil permanent international pour l'exploration de la mer, savoir:

Série A: Rapports et Procès-Verbaux des réunions

— B: Bulletin (trimestriel) des résultats acquis pendant les croisières périodiques etc.

— C: Publications de circonstance

— D: Bulletin statistique

a paru en Janvier 1907. Elle est envoyée **franco**, sur demande adressée à MM. **Andr. Fred. Høst et fils**, libraires à Copenhague.

COPENHAGUE - IMPRIMERIE BIANCO LUNO